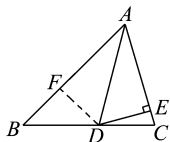


快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	A	B	C	C	A	B	C	B

1. C 2. D 3. A 4. B 5. C

6. C 【解题思路】如答图,作 $DF \perp AB$, 垂足为 F , 由角平分线性质得 $DF = DE = \sqrt{2}$, $\because \angle B = 45^\circ$, $\therefore BF = \sqrt{2}$, $\angle FAD = \frac{180^\circ - 45^\circ - 75^\circ}{2} = 30^\circ$, $\therefore AF = \sqrt{3}DF = \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$, $\therefore AB = BF + AF = \sqrt{2} + \sqrt{6}$. 故选 C.



第 6 题答图

7. A

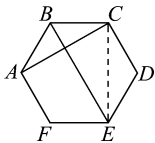
8. B 【解题思路】 $\because BN = 3DN$, $\therefore BD = 4DN$, \because 四边形 ABCD 是矩形, $\therefore BP = DP = \frac{1}{2}BD = 2DN$, $\therefore DN = PN$, 又 $\because CN \perp BD$, $\therefore CD = PC$, $\therefore CD = PD = PC$, $\therefore \triangle CDP$ 是等边三角形, $\therefore \angle CDP = 60^\circ$, $\therefore \angle CBN = 30^\circ$, 又 $\because CN \perp BD$, $\therefore CN = \frac{1}{2}BC = 5$. 故选 B.

9. C 【解题思路】设 $\angle ABC = 4x$, $\angle ADC = 5x$, 由圆周角定理可知 $\angle AOC = 2\angle ABC = 8x$, \because 四边形 ABCD 是 $\odot O$ 的内接四边形, $\therefore \angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$, $\therefore 4x + 5x = 180^\circ$, 解得 $x = 20^\circ$, $\therefore \angle AOC = 160^\circ$. 故选 C.

10. B 【解题思路】由题意得, 该二次函数的对称轴是直线 $x = -\frac{-2a}{2a} = 1$, $\because |-2-1| > |3-1|$, $y_1 > y_2$, \therefore 二次函数的图象开口向上, $a > 0$, 当 $-2 \leq x \leq 3$ 时, 二次函数在 $x=1$ 时取最小值, $\therefore a - 2a + a^2 + 3 = 5$, 解得 $a = 2$ 或 $a = -1$, 又 $\because a > 0$, $\therefore a = 2$. 故选 B.

11. $-\pi$

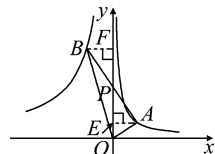
12. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 【解题思路】如答图, 连接 CE. \because 在正六边形 ABCDEF 中, 每个内角的度数为 $\frac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$, 根据正六边形的对称性得 $\angle ABE = \angle CBE = 60^\circ$, $\triangle ABC \cong \triangle CDE$, $\therefore AC = CE$, $\because DC = DE$, $\therefore \angle DCE = \angle DEC = 30^\circ$, $\therefore \angle BCE = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$, 设正六边形 ABCDEF 的边长为 a , 则 $BE = 2a$, $CE = \sqrt{3}a$, \therefore 在 $Rt\triangle BCE$ 中, $\frac{BE}{AC} = \frac{BE}{CE} =$



第 12 题答图

$$\frac{2a}{\sqrt{3}a} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

13. -7 【解题思路】如答图, 过点 A 作 $AE \perp y$ 轴于点 E, 过点 B 作 $BF \perp y$ 轴于点 F, 则 $\angle BFP = \angle AEP = 90^\circ$, $\because P$ 为 AB 的中点, $\therefore BP = AP$. 在 $\triangle BFP$



第 13 题答图

和 $\triangle AEP$ 中, $\begin{cases} \angle BFP = \angle AEP, \\ \angle BPF = \angle APE, \\ BP = AP, \end{cases}$

$\therefore \triangle BFP \cong \triangle AEP (AAS)$, $\therefore BF = AE$, $S_{\triangle BFP} = S_{\triangle AEP}$,

$\therefore S_{\triangle OAB} = 4$, $\therefore S_{\triangle BPO} = S_{\triangle AOP} = 2$, $\therefore S_{\triangle AOE} = \frac{1}{2}$, $\therefore S_{\triangle AEP} =$

$S_{\triangle AOP} - S_{\triangle AOE} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, $\therefore S_{\triangle BOF} = S_{\triangle BOP} + S_{\triangle BPF} = 2 +$

$\frac{3}{2} = \frac{7}{2}$, $\therefore |k| = 2S_{\triangle BOF} = 7$, $\because k < 0$, $\therefore k = -7$.

14. 4.8 【解题思路】 \because 四边形 ABCD 是菱形, $\therefore AC \perp BD$,

$DM = BM = 8$, $MA = CM$, $\therefore BD = 16$, $\therefore S_{\text{菱形} ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot$

$BD = 96$, $\therefore AC = \frac{96}{\frac{1}{2}BD} = \frac{96}{\frac{1}{2} \times 16} = 12$, $\therefore MA = CM = 6$, 由

勾股定理得 $BC = \sqrt{CM^2 + BM^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$, \because 当

$MN \perp BC$ 时, MN 最小, 此时 $S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2}BM \cdot CM = \frac{1}{2}BC \cdot$

MN , $\therefore MN = \frac{BM \cdot CM}{BC} = \frac{8 \times 6}{10} = 4.8$, 即 MN 的最小值为 4.8.

15. 解: 原式 $= -3 \times (-2) + \sqrt{2} - 1 + 1$

$$= 6 + \sqrt{2}.$$

【易错分析】本题容易出现去绝对值符号错误, $|1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$, 绝对值符号内的式子小于零, 去绝对值符号后, 每一项都要变号.

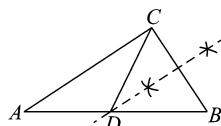
16. 解: 原式 $= \left(\frac{x+2}{x+2} - \frac{1}{x+2} \right) \div \frac{(x+1)^2}{(x+2)(x-2)}$

$$= \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{x-2}{x+1},$$

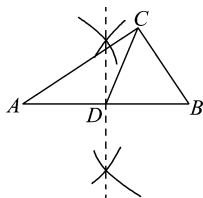
当 $x = \sqrt{2} - 1$ 时, 原式 $= \frac{2-3\sqrt{2}}{2}$.

17. 解: 解法一: 如答图①, 点 D 即为所求.



第 17 题答图①

解法二:如答图②,点D即为所求.



第17题答图②

18. 证明: \because 四边形 ABDE 为平行四边形,

$$\therefore DE=AB, \angle EDB+\angle B=180^\circ,$$

$$\therefore AB=AC,$$

$$\therefore DE=AC, \angle B=\angle ACB,$$

$$\therefore \angle ACB+\angle ACD=180^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD=\angle EDC.$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle EDC$ 中,

$$\begin{cases} CD=DC, \\ \angle ACD=\angle EDC, \\ AC=ED, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle EDC (\text{SAS}),$$

$$\therefore AD=CE.$$

19. 解:(1) 40 人 25

$$(2) \text{这组数据的平均数为 } (0.9 \times 4 + 1.2 \times 8 + 1.5 \times 15 + 1.8 \times 10 + 2.1 \times 3) \div 40 = 1.5 (\text{h}),$$

将这 40 人的锻炼时间按照从小到大的顺序排列,中间两数为 1.5, 1.5,

$$\therefore \text{中位数为 } (1.5 + 1.5) \div 2 = 1.5 (\text{h}).$$

(3) 由题图①得调查的 40 名学生中锻炼时间小于 1 h 的占 10%,

$$\therefore 500 \times (1 - 10\%) = 450 (\text{人}).$$

答:估计该校八年级学生每天体育锻炼时间大于 1 h 的人数约为 450 人.

【解题思路】(1) 根据题图②可知,本次接受调查的八年级学生人数为 $4+8+15+10+3=40$ (人),题图①中锻炼 1.8 h 的人数所占的比例 $m\% = (10 \div 40) \times 100\% = 25\%$, $\therefore m=25$.

20. 解:由题意可得 $FC \parallel DE$,

$$\therefore \triangle BFC \sim \triangle BED, \therefore \frac{BC}{BD} = \frac{FC}{DE},$$

$$\therefore \frac{BC}{BC+4} = \frac{1.5}{3.5},$$

解得 $BC=3$,

$$\therefore AC=5.4,$$

$$\therefore AB=5.4-3=2.4,$$

\therefore 光在镜面反射中的入射角等于反射角,

$$\therefore \angle FBC = \angle GBA,$$

又 $\because \angle FCB = \angle GAB, \therefore \triangle BGA \sim \triangle BFC$,

$$\therefore \frac{AG}{AB} = \frac{FC}{BC}, \therefore \frac{AG}{2.4} = \frac{1.5}{3},$$

解得 $AG=1.2$ (m).

答:灯泡到地面的高度 AG 为 1.2 m.

21. 解:(1) 由题意可得, $y_1 = 12 + 0.2x, y_2 = 0.25x$.

(2) 当 $x=300$ 时, $y_1 = 12 + 0.2 \times 300 = 72, y_2 = 0.25 \times 300 = 75$, $\therefore 72 < 75$,

\therefore 每月平均通话时间为 300 分钟时,选择 A 类收费方式.

22. 解:(1) 列表如下:

$a \backslash b$	-2	-1	1	2
-2	-	$(-1, -2)$	$(1, -2)$	$(2, -2)$
-1	$(-2, -1)$	-	$(1, -1)$	$(2, -1)$
1	$(-2, 1)$	$(-1, 1)$	-	$(2, 1)$
2	$(-2, 2)$	$(-1, 2)$	$(1, 2)$	-

(2) 这个游戏规则对双方公平,理由如下:

由(1)中列表可知,共有 12 种等可能的结果,其中能使关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根的有 6 种,

$$\therefore \text{甲和乙获胜的概率都是 } \frac{6}{12} = \frac{1}{2},$$

\therefore 这个游戏规则对双方公平.

23. (1) 证明: $\because PA$ 与 $\odot O$ 相切于点 A,

$$\therefore \angle OAP = 90^\circ,$$

$$\because PO \perp AB, \therefore AC = BC, \therefore PA = PB.$$

在 $\triangle PAO$ 和 $\triangle PBO$ 中,

$$\begin{cases} PA = PB, \\ AO = BO, \\ PO = PO, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle PAO \cong \triangle PBO (\text{SSS}).$$

(2) 解:在 $\text{Rt} \triangle ACO$ 中, $OC=3, AC=4$,

$$\therefore OA = \sqrt{OC^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$\therefore AD$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ, \therefore \angle ACO = \angle ABD,$$

$$\therefore OC \parallel BD, \therefore \angle AOC = \angle ADB,$$

$$\therefore \sin \angle ADB = \sin \angle AOC = \frac{AC}{AO} = \frac{4}{5}.$$

24. 解:(1) 设抛物线 C 的函数表达式为 $y = ax^2 + bx + c$,

将点 A, 点 B, 点 N 的坐标代入 $y = ax^2 + bx + c$ 得,

$$\begin{cases} a+b+c=0, \\ 9a+3b+c=0, \\ c=-3, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=-1, \\ b=4, \\ c=-3. \end{cases}$$

故抛物线 C 的表达式为 $y = -x^2 + 4x - 3 = -(x-2)^2 + 1$, 顶点 $M(2, 1)$.

(2) 由旋转的性质知,以点 M, N, M', N' 为顶点的四边形是平行四边形,

故当 $\angle MPN = 90^\circ$ 时,该平行四边形为菱形.

①若点 P 在 y 轴上, 易知 $P(0,1)$, 由 P 为 MM' 的中点, 可知 $M'(-2,1)$,

故抛物线 C' 的函数表达式为 $y=(x+2)^2+1$;

②若点 P 在 x 轴上, 设 $P(m,0)$, 由勾股定理得, $MN^2=MP^2+NP^2$,

即 $20=(m-2)^2+1^2+m^2+3^2$, 解得 $m=3$ 或 $m=-1$,

\therefore 点 P 的坐标为 $(3,0)$ 或 $(-1,0)$, 由 P 为 MM' 中点, 可知点 M' 的坐标为 $(4,-1)$ 或 $(-4,-1)$,

故抛物线 C' 的函数表达式为 $y=(x-4)^2-1$ 或 $y=(x+4)^2-1$.

综上所述, 符合条件的点 P 坐标为 $(0,1)$ 或 $(3,0)$ 或 $(-1,0)$, 对应的抛物线 C' 的函数表达式为 $y=(x+2)^2+1$ 或 $y=(x-4)^2-1$ 或 $y=(x+4)^2-1$.

25. 解: (1) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(2) 由题意得 $AE+BF \leq AB$,

\therefore 当 A, B, E, F 四点共线时, 等号成立.

如答图①, 过点 A 作 $AG \perp BC$, 交 BC 的延长线于点 G .

$\because \angle BCA = 120^\circ, \therefore \angle ACG = 60^\circ$,

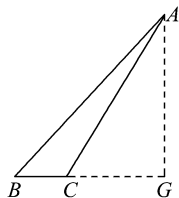
$\therefore CG = AC \cdot \cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3$,

$AG = AC \cdot \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$,

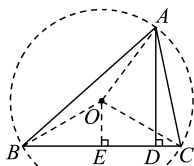
$\because BC = 2, \therefore BG = 5$,

$\therefore AB = \sqrt{BG^2 + AG^2} = \sqrt{5^2 + (3\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{13}$.

\therefore 当 A, B, E, F 四点共线时, $AE+BF$ 的最大值是 $2\sqrt{3}$.



图①



图②

第 25 题答图

(3) 如答图②, 作 $\triangle ABC$ 的外接圆, 圆心记为 O , 设 $\odot O$ 的半径为 R , 连接 AO, BO, CO , 作 $OE \perp BC$ 于点 E ,

$\therefore AO + OE \geq AD$,

\therefore 当 $AB = AC$ 时, 等号成立,

$\because \angle BAC = 60^\circ, \therefore \angle BOE = 60^\circ, \therefore OE = \frac{R}{2}$,

$\therefore R + \frac{R}{2} \geq 4, \therefore R \geq \frac{8}{3}$,

又 $\because BC = \sqrt{3}R, \therefore BC \geq \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD \geq \frac{1}{2} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} \times 4$,

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC$,

$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC \geq \frac{1}{2} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} \times 4$,

$\therefore AB \cdot AC \geq \frac{64}{3}$.

$\therefore AB \cdot AC$ 的最小值为 $\frac{64}{3}$.

2021 年陕西省初中学业水平考试

数学试卷(二)

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	B	C	C	A	C	D	D	D

1. C 2. D 3. B 4. C 5. C

6. A 【解题思路】 \because 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CE 为 $\triangle ABC$ 的中线, $\therefore CE = BE = AE$, 又 $\because \angle B = 22.5^\circ$, $\therefore \angle AEC = 2\angle B = 45^\circ$, 又 $\because CD \perp AE$, $\therefore \angle DCE = \angle DEC = 45^\circ$, $\therefore \triangle CDE$ 是等腰直角三角形, $\therefore CE = \sqrt{2}DE = 4$, $\therefore AE = 4$, $\therefore AD = AE - DE = 4 - 2\sqrt{2}$. 故选 A.

7. C

8. D 【解题思路】 \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AB \parallel DC$, $AB = CD$, $\because AE \parallel BD$, \therefore 四边形 $ABDE$ 是平行四边形, $\therefore AB = DE = CD$, 即 D 为 CE 的中点, $\because EF \perp BC$, $\therefore \angle EFC = 90^\circ$, $\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle DCF = \angle ABC = 45^\circ$, $\therefore AB = 2$, $\therefore CE = 4$, $\therefore EF = \frac{\sqrt{2}}{2}CE = 2\sqrt{2}$. 故选 D.

9. D 【解题思路】 $\because \widehat{CB} = \widehat{CD}$, $\angle CAD = 20^\circ$, $\therefore \angle CAB = \angle CAD = 20^\circ$, $\angle DAB = 40^\circ$, $\because \angle ACD = 60^\circ$, $\therefore \angle ABD = 60^\circ$, $\therefore \angle ADB = 180^\circ - \angle DAB - \angle ABD = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$. 故选 D.

10. D 【解题思路】A. 令 $x = 0$, 得 $y = 1$, 则 C 点的坐标为 $(0,1)$, 正确; B. 令 $y = 0$, 得 $x = \pm 1$, 则 $A(-1,0), B(1,0)$, $|AB| = 2$, 正确; C. 由 A, B, C 三点坐标可以得出 $AC = BC$, 且 $AC^2 + BC^2 = AB^2$, 则 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 正确; D. 当 $x > 0$ 时, y 随 x 增大而减小, 错误. 故选 D.

11. $m(n+3)^2$

【方法指导】因式分解时, 如果多项式有公因式, 首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 因式分解要分解到不能再分解为止.

12. 112.5° 13. 4

14. $13\sqrt{2}$ 【解题思路】如答图, 延长 CD 交 FG 于点 H , \because 矩形 $ABCD$ 和矩形 $AEFG$ 的一组邻边长分别为 5 和 12, $\therefore \angle ADC = \angle BCD = \angle B = \angle G = 90^\circ$, $AB = CD = GF = 12$, $AD = BC = AG = 5$, $AE \parallel GF$, $\therefore BG = AG + AB = 17$, $\angle DHG = \angle ADC = 90^\circ$, $\therefore \angle CHF = 90^\circ$, 四边形 $BCHG$ 是矩形, $\therefore CH = BG = 17$, $GH = BC = 5$, $\therefore HF = GF - GH = 12 - 5 = 7$, $\therefore CF = \sqrt{CH^2 + FH^2} = \sqrt{17^2 + 7^2} = 13\sqrt{2}$.

第 14 题答图

15. 解:整理得 $x^2 - 3x - \frac{1}{4} = 0$,

$\therefore a=1, b=-3, c=-\frac{1}{4}$,

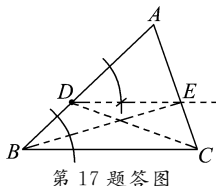
$\therefore b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-\frac{1}{4}) = 10$,

$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{10}}{2 \times 1}$,

$\therefore x_1 = \frac{3 + \sqrt{10}}{2}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{10}}{2}$.

16. 解:原式 $= \frac{x^2 - 4 - (x^2 - x)}{x(x-2)} \cdot \frac{(x-2)^2}{x-4}$
 $= \frac{x-4}{x(x-2)} \cdot \frac{(x-2)^2}{x-4}$
 $= \frac{x-2}{x}$.

17. 解:如答图,点 E 即为所求.



第 17 题答图

18. 证明: $\because BD \perp AE, CE \perp AE$,

$\therefore \angle ADB = \angle AEC = 90^\circ$.

在 $Rt\triangle ADB$ 和 $Rt\triangle CEA$ 中,

$\begin{cases} AB=AC, \\ AD=CE, \end{cases}$

$\therefore Rt\triangle ADB \cong Rt\triangle CEA (HL)$.

$\therefore BD=AE$,

$\therefore BD=AD+DE$,

$\therefore BD=EC+ED$.

19. 解:(1) $175 \div 35\% = 500$ (人).

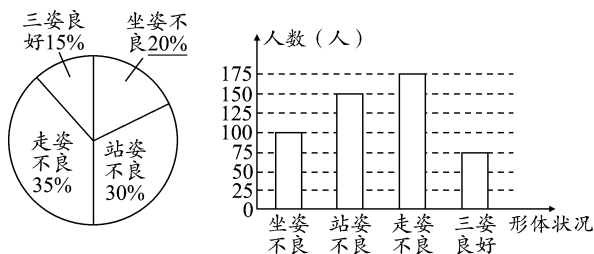
答:这次被抽查形体测评的学生一共是 500 人.

(2) 三姿良好的学生人数有 $500 \times 15\% = 75$ (人).

站姿不良的学生人数有 $500 \times 30\% = 150$ (人).

坐姿不良所占的百分比为 $1 - 30\% - 35\% - 15\% = 20\%$.

补全统计图如答图.



第 19 题答图

(3) $100\,000 \times (20\% + 30\%) = 50\,000$ (人).

答:全市初中生中,坐姿和站姿不良的学生有 50 000 人.

20. 解:由题意得, $\angle ABH = \angle CDE = \angle FGH = 90^\circ$,

$\therefore \angle CED = \angle AEB, \angle AHB = \angle FHG$,

$\therefore \triangle AEB \sim \triangle CED, \triangle AHB \sim \triangle FHG$,

$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{BE}{DE}, \frac{AB}{FG} = \frac{BH}{GH}$,

即 $\frac{AB}{1.5} = \frac{2+BD}{2}, \frac{AB}{1.5} = \frac{2.4+3.6+BD}{2.4}$,解得 $BD=18$ (米),

即 $\frac{AB}{1.5} = \frac{2+18}{2}$,解得 $AB=15$ (米).

答:假山的高度 AB 为 15 米.

21. 解:(1) 由题意得, $y_1 = 30 \times 0.6x + 60 = 18x + 60$,

由题图可知,当 $0 \leq x \leq 10$ 时, $y_2 = 30x$;

当 $x > 10$ 时,设 $y_2 = kx + b$,

将 $(10, 300)$ 和 $(20, 450)$ 代入 $y_2 = kx + b$ 中,

解得 $y_2 = 15x + 150$,

$\therefore y_2 = \begin{cases} 30x & (0 \leq x \leq 10), \\ 15x + 150 & (x > 10). \end{cases}$

(2) 当 $0 < x \leq 10$ 时, $18x + 60 < 30x$,

解得 $x > 5$, $\therefore 5 < x \leq 10$,

当 $x > 10$ 时, $18x + 60 < 15x + 150$,

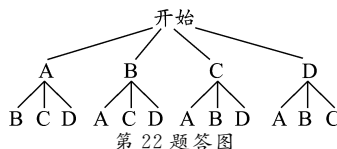
解得 $x < 30$, $\therefore 10 < x < 30$.

综上所述,当 $5 < x < 30$ 时,甲采摘园所需总费用较少.

答:甲采摘园所需总费用较少时,蓝莓采摘量 x 的范围为 $5 < x < 30$.

22. 解:(1) 选择地理的概率为 $\frac{1}{3}$.

(2) 把化学、生物、思想政治、地理分别记为 A, B, C, D, 画树状图如答图:



第 22 题答图

由树状图可知,共有 12 种等可能出现的结果,其中含有思想政治学科的有 6 种,

\therefore 小王选择合适科目的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

【方法指导】掌握计算概率的问题,需熟练掌握以下知识:

(1) 公式法: $P(A) = \frac{m}{n}$, 其中 n 为所有事件的总次数,

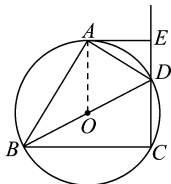
m 为事件 A 发生的总次数;

(2) 列举(列表或画树状图)法的一般步骤为:①判断使用列表或画树状图方法:列表法一般适用于两步计算,画树状图法适用于两步及两步以上求概率;②不重不漏地列举出所有事件出现的等可能的结果,并判定每种事件发生的可能性是否相等;③确定所有可能出现的结果数 n 及所求事件 A 出现的结果数 m ;④用

公式 $P(A) = \frac{m}{n}$ 求事件 A 发生的概率.

23. (1) 证明: 如答图, 连接 OA .

$\because AD$ 平分 $\angle BDE$,
 $\therefore \angle ADE = \angle ADO$.
 $\because OA = OD$,
 $\therefore \angle OAD = \angle ADO$,
 $\therefore \angle ADE = \angle OAD$,
 $\therefore OA \parallel CE$.
 $\because AE \perp CD$,
 $\therefore AE \perp OA$,
 $\therefore AE$ 是 $\odot O$ 的切线.



第 23 题答图

(2) 解: $\because BD$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle BCD = 90^\circ$.
 $\because \angle DBC = 30^\circ$,
 $\therefore \angle BDC = 60^\circ, \therefore \angle BDE = 120^\circ$.
 $\because AD$ 平分 $\angle BDE$,
 $\therefore \angle ADE = \angle ADO = 60^\circ$,
 $\because OA = OD$,
 $\therefore \triangle OAD$ 是等边三角形,
 $\therefore AD = OD = \frac{1}{2}BD$.

在 $Rt\triangle AED$ 中, $DE = 2, \angle EAD = 90^\circ - \angle OAD = 30^\circ$,

$\therefore AD = 2DE = 4, \therefore BD = 2AD = 8$.

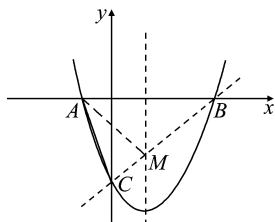
24. 解: (1) 把 $A(-1, 0), B(3, 0), C(0, -3)$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$ 得,

$$\begin{cases} a - b + c = 0, \\ 9a + 3b + c = 0, \\ c = -3, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = 1, \\ b = -2, \\ c = -3, \end{cases}$$

\therefore 抛物线的函数表达式为 $y = x^2 - 2x - 3$.

(2) 抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 的对称轴为 $x = -\frac{-2}{2} = 1$,

如答图, 连接 BC 交直线 $x = 1$ 于点 M , 连接 AM ,



第 24 题答图

\therefore 点 M 在抛物线的对称轴 $x = 1$ 上, 且 $\triangle ACM$ 的周长最

短, AC 为定长,

$\therefore MC + MA$ 的值最小,

\because 点 A , 点 B 关于直线 $x = 1$ 对称,

$\therefore MC + MA$ 的最小值为线段 BC 的长,

设直线 BC 的函数表达式为 $y = kx + b$,

$\because B(3, 0), C(0, -3)$,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = 0, \\ b = -3, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = 1, \\ b = -3, \end{cases}$$

\therefore 直线 BC 的函数表达式为 $y = x - 3$,

当 $x = 1$ 时, $y = 1 - 3 = -2$,

$\therefore M(1, -2)$,

\therefore 在抛物线的对称轴上存在一点 M , 使得 $\triangle ACM$ 的周长最短, 此时 $M(1, -2)$.

25. 解: (1) 4.8

(2) 如答图②, 作点 C 关于 BD 的对称点 E , 过点 E 作 $EN \perp BC$ 于点 N , 交 BD 于点 M , 连接 CM , 此时 $CM + MN = EN$ 最小.

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $AB = 3, BC = 4$,

$\therefore \angle BCD = 90^\circ, CD = AB = 3$, 根据勾股定理得, $BD = 5$.

$\because CE \perp BD, \therefore \frac{1}{2}BD \cdot CF = \frac{1}{2}BC \cdot CD$,

$$\therefore CF = \frac{BC \cdot CD}{BD} = \frac{12}{5},$$

由对称的性质得, $CE = 2CF = \frac{24}{5}$,

在 $Rt\triangle BCF$ 中, $\cos \angle NCF = \frac{CF}{BC} = \frac{3}{5}$,

$\therefore \sin \angle BCF = \frac{4}{5}$,

在 $Rt\triangle CEN$ 中, $EN = CE \cdot \sin \angle NCE = \frac{24}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{96}{25}$,

即 $CM + MN$ 的最小值为 $\frac{96}{25}$.

(3) 存在. 理由如下:

如答图③, 以点 E 为圆心, EB 长为半径作 $\odot E$, 作 $EH \perp AB$ 交 $\odot E$ 于点 H , 作 $HK \perp BC$ 于点 K , 可得四边形 $EBKH$ 是正方形,

$\therefore BK = HK = EH = BE = 10$,

\because 点 G 在 $\odot E$ 上运动,

\therefore 当点 G 与点 H 重合时, 点 G 到 CD 的距离最小, 最小值为 $40 - 10 = 30$,

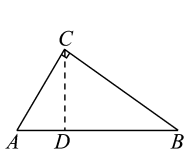
\therefore 当点 G 到 CD 的距离最小时, $\triangle GDC$ 的面积最小,

$\therefore \triangle GCD$ 的面积的最小值为 $\frac{1}{2} \times 30 \times 30 = 450 (\text{m}^2)$.

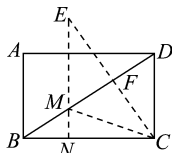
【解题思路】(1) 如答图①, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 根据点到直线的距离, 垂线段最短, 此时 CD 最小, 在 $Rt\triangle ABC$

中, $AC=6, BC=8$, 根据勾股定理得, $AB=10, \therefore \frac{1}{2} AC \cdot$

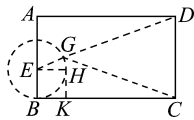
$$BC = \frac{1}{2} AB \cdot CD, \therefore CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = 4.8.$$



图①



第 25 题答图



图③

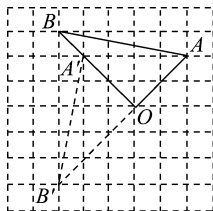
2021 年陕西省初中业水平考试 数学试卷(三)

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	D	B	C	C	D	B	C	D

1. C 2. A 3. D 4. B 5. C

6. C 【解题思路】如答图, 由旋转的性质作出 $\triangle A'OB'$, \therefore 每个小正方形的边长均为 1, $\therefore AB' = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$. 故选 C.



第 6 题答图

7. D 【解题思路】 \therefore 直线 l_1 与 x 轴的交点为 $B(3, 0)$, $\therefore 3k + b = 0$, $\therefore y = kx - 3k$, $\therefore l_1$ 与 y 轴的交点为 $(0, -3k)$, 直线 $l_2: y = k_1x - 6 (k_1 < 0)$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0, -6)$, \therefore 直线 l_1 与直线 l_2 的交点 M 在第三象限, $\therefore l_1$ 与 y 轴交点 $(0, -3k)$ 在原点和点 $(0, -6)$ 之间, 即 $-6 < -3k < 0$, 解得 $0 < k < 2$. 故选 D.

8. B 【解题思路】解法一: 设菱形 $ABCD$ 边长为 t , $\therefore BE = 3$, $\therefore AE = t - 3$, $\therefore \cos A = \frac{3}{5}$, $\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{3}{5}$, $\therefore \frac{t-3}{t} = \frac{3}{5}$, $\therefore t = 7.5$, $\therefore AE = 7.5 - 3 = 4.5$, $\therefore DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = 6$, $\therefore \tan \angle DBE = \frac{DE}{BE} = \frac{6}{3} = 2$. 故选 B.

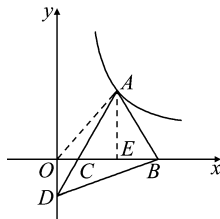
解法二: $\therefore \cos A = \frac{3}{5}$, \therefore 设 $AE = 3x$, $AD = 5x$, 由勾股定理得 $DE = 4x$, \therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore AD = AB = AE + BE$, $\therefore 5x = 3x + 3$, 解得 $x = 1.5$, $\therefore DE = 6$, $\therefore \tan \angle DBE = \frac{DE}{BE} = \frac{6}{3} = 2$. 故选 B.

9. C 【解题思路】 \therefore 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $\angle CBE = 55^\circ$, $\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle CBE = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$, $\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$, $\therefore AD = DC$, $\therefore \angle DAC = \angle DCA = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle ADC) = \frac{1}{2} (180^\circ - 55^\circ) = 62.5^\circ$. 故选 C.

10. D 【解题思路】 \therefore 把二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的图象作关于 x 轴的对称变换, 所得图象的表达式为 $y = -a(x-1)^2 + 4a$, \therefore 原二次函数的顶点为 $(1, -4a)$, \therefore 原二次函数的表达式为 $y = a(x-1)^2 - 4a = ax^2 - 2ax - 3a$, $\therefore b = -2a, c = -3a$, $\therefore (m-1)a + b + c \leq 0$, $\therefore (m-1)a - 2a - 3a \leq 0$, $\therefore a > 0$, $\therefore m-1-2-3 \leq 0$, 即 $m \leq 6$, $\therefore m$ 的最大值为 6. 故选 D.

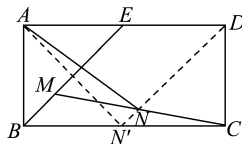
11. 1 12. 108

13. 3 【解题思路】如答图, 作 $AE \perp BC$ 于点 E , 连接 OA , $\therefore AB = AC$, $\therefore CE = BE$, $\therefore OC = \frac{1}{5} OB$, $\therefore OC = \frac{1}{2} CE$, $\therefore AE \parallel OD$, $\therefore \triangle CEA \sim \triangle COD$, $\therefore \frac{S_{\triangle CEA}}{S_{\triangle COD}} = \left(\frac{CE}{OC}\right)^2 = 4$, $\therefore \triangle BCD$ 的面积等于 1, $OC = \frac{1}{5} OB$, $\therefore S_{\triangle COD} = \frac{1}{4} S_{\triangle BCD} = \frac{1}{4}$, $\therefore S_{\triangle CEA} = 4 \times \frac{1}{4} = 1$, $\therefore OC = \frac{1}{2} CE$, $\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} S_{\triangle CEA} = \frac{1}{2}$, $\therefore S_{\triangle AOE} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$, $\therefore S_{\triangle AOE} = \frac{1}{2} k (k > 0)$, $\therefore k = 3$.



第 13 题答图

14. $2\sqrt{2}$ 【解题思路】如答图, 取 BC 的中点 N' , 连接 AN' , DN' , $\therefore BN' = CN'$, \therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore AD = BC$, $AB = DC$, $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$, $\therefore AD = 2AB = 4$, $\therefore AB = BN' = CN' = CD = 2$, $\therefore \angle AN'B = \angle DN'C = 45^\circ$, $AN' = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$, $\therefore \angle AN'D = 90^\circ$, \therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore AD = BC$, $AD \parallel BC$, $\therefore E$ 是 AD 的中点, N' 是 BC 的中点, $\therefore DE = BN'$, $DE \parallel BN'$, \therefore 四边形 $BEDN'$ 是平行四边形, $\therefore BE \parallel DN'$, $\therefore NN'$ 为 $\triangle BCM$ 的中位线, $\therefore DN'$ 平分 CM , 即 CM 的中点 N 在 DN' 上, \therefore 当 N 与 N' 重合时, $AN \perp DN'$, 根据垂线段最短可知, AN 的最小值为 $2\sqrt{2}$.



第 14 题答图

15. 解: 解不等式 $\frac{3x-2}{3} \geq 1$, 得 $x \geq \frac{5}{3}$,

解不等式 $4x-5 < 3x+2$, 得 $x < 7$,

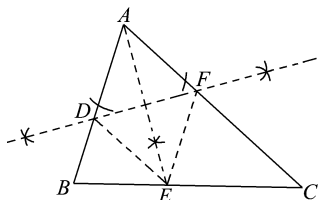
\therefore 不等式组的解集为 $\frac{5}{3} \leq x < 7$.

16. 解: $x^2 + 2(x+1) = x(x+1)$,

解得 $x = -2$,

经检验, $x = -2$ 是原方程的根.

17. 解:如答图,点 D, E, F 即为所求.



第 17 题答图

18. 证明: $\because D, E$ 分别为 AB, AC 的中点,

$\therefore DE$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

即 $DE = \frac{1}{2}BC, DE \parallel BC$,

$\therefore EF \parallel BC$,

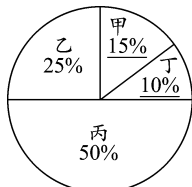
$\therefore EF = 2DE, \therefore EF = BC$,

\therefore 四边形 $BCFE$ 是平行四边形.

19. 解:(1) 10 36.5 36.5

(2) $\frac{6}{40} \times 100\% = 15\%, \frac{4}{40} \times 100\% = 10\%$.

补全扇形统计图如答图.



第 19 题答图

(3) 该班学生的平均体温为

$$\frac{36.3 \times 6 + 36.4 \times 10 + 36.5 \times 20 + 36.6 \times 4}{40} = 36.455 \approx 36.5 (^{\circ}\text{C}).$$

答:该班学生的平均体温为 36.5°C .

【解题思路】(1) $20 \div 50\% = 40$ (人), $a = 40 \times 25\% = 10$ (人);

36.5 出现了 20 次, 次数最多, 所以众数是 36.5; 40 个数据按从小到大的顺序排列, 其中第 20, 21 个数据都是 36.5, 所以中位数是 $(36.5 + 36.5) \div 2 = 36.5$.

20. 解: 设 AC 为 x , 则 $CD = x + 120$,

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\because \angle ABC = 45^{\circ}$,

$\therefore BC = AC = x$,

$\therefore CE = x + 20$,

在 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中, $\tan \angle DEC = \tan 53.4^{\circ} = \frac{CD}{CE}$,

$$\text{即 } \frac{x+120}{x+20} \approx 1.346,$$

解得 $x \approx 269.0$,

$\therefore CD = x + 120 = 389.0 \approx 389$ (m).

答:塔 CD 的高度约为 389 m.

21. 解:(1) 设甲气球的函数表达式为 $y = kx + b$, 乙气球的函数表达式为 $y = mx + n$,

分别将 $(0, 5)$, $(20, 25)$ 和 $(0, 15)$, $(20, 25)$ 代入, 得

$$\begin{cases} 5 = b, \\ 25 = 20k + b, \end{cases} \begin{cases} 15 = n, \\ 25 = 20m + n. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = 1, \\ b = 5, \end{cases} \begin{cases} m = \frac{1}{2}, \\ n = 15. \end{cases}$$

\therefore 甲气球的函数表达式为 $y = x + 5 (x \geq 0)$, 乙气球的函数

表达式为 $y = \frac{1}{2}x + 15 (x \geq 0)$.

(2) 由函数图象可得,

当 $x > 20$ 时, 两个气球的海拔高度可能相差 15 m,

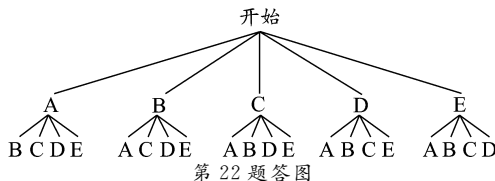
且此时甲气球海拔更高,

$$\therefore x + 5 - \left(\frac{1}{2}x + 15\right) = 15, \text{ 解得 } x = 50,$$

\therefore 当这两个气球的海拔高度相差 15 m 时, 上升的时间为 50 min.

22. 解:(1) 共有 5 种等可能的结果, 其中是“音乐社团 E”的有 1 种, 因此从五张卡片中随机抽取一张卡片是音乐社团 E 的概率是 $\frac{1}{5}$.

(2) 画树状图如答图:

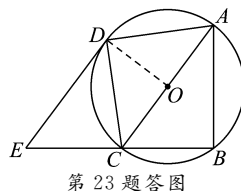


第 22 题答图

由树状图可知, 共有 20 种等可能的结果, 其中“有一张为 A”的有 8 种,

因此, 小明两次抽取的卡片中有一张是动漫社团 A 的概率为 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

23. (1) 证明: 如答图, 连接 OD ,



第 23 题答图

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADC = 90^{\circ}$,

$\because AD = CD$,

$\therefore \angle DOC = 90^{\circ}$,

$\because DE$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OD \perp DE$,

$\therefore \angle DOC + \angle ODE = 180^{\circ}$,

$\therefore DE \parallel AC$.

(2) 解: $\because DE \parallel AC, \therefore \angle E = \angle ACB$,

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ABC = 90^{\circ}$,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = 8, \tan \angle ACB = \frac{4}{3} = \frac{AB}{BC}$,

$\therefore BC = 6, AC = 10$,

$\because \angle ADC = 90^\circ, AD = CD, \therefore \triangle ACD$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore CD = \frac{\sqrt{2}}{2} AC = 5\sqrt{2}.$$

24.

【思路点拨】 本题考查的是二次函数的综合运用,考查了待定系数法、函数图象的交点、二次函数的性质等知识,解题的关键是熟练掌握二次函数的性质.

(1) 将点 A 坐标代入直线表达式即可求出点 B 坐标,再利用待定系数法可得抛物线的表达式;(2) 分类讨论:当 $\angle BNP = 90^\circ$ 时,则有 $BN \perp MN$, N 点的纵坐标为 2,则 $-\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2 = 2$;当 $\angle NBP = 90^\circ$ 时,利用三角形相似即可求解.

解:(1) 直线 $y = -\frac{2}{3}x + c$ 与 x 轴交于点 A(3,0),与 y 轴交于点 B,

$$\therefore 0 = -2 + c, \text{解得 } c = 2, \therefore B(0, 2).$$

$$\therefore \text{抛物线 } y = -\frac{4}{3}x^2 + bx + c \text{ 经过点 } A, B,$$

将点 A, B 的坐标代入抛物线表达式得 $y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{10}{3}x + 2$.

$$(2) \text{ 由 (1) 可知直线 } AB \text{ 的表达式为 } y = -\frac{2}{3}x + 2,$$

$\therefore M(m, 0)$ 为线段 OA 上一动点,过点 M 且垂直于 x 轴的直线与直线 AB 及抛物线分别交于点 P, N,

$$\therefore P(m, -\frac{2}{3}m + 2), N(m, -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2),$$

$$\therefore PM = -\frac{2}{3}m + 2, AM = 3 - m, PN = -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2 - (-\frac{2}{3}m + 2) = -\frac{4}{3}m^2 + 4m,$$

$\therefore \triangle BPN$ 和 $\triangle APM$ 相似,且 $\angle BPN = \angle APM$,

$\therefore \angle BNP = \angle AMP = 90^\circ$ 或 $\angle NBP = \angle AMP = 90^\circ$,

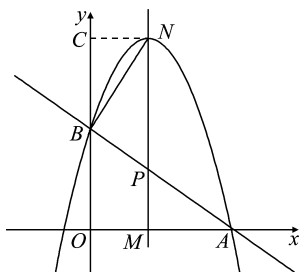
当 $\angle BNP = 90^\circ$ 时,则有 $BN \perp MN$,

$$\therefore N \text{ 点的纵坐标为 } 2, \therefore -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2 = 2,$$

$$\text{解得 } m = 0 \text{ (舍去) 或 } m = \frac{5}{2},$$

$$\therefore M(\frac{5}{2}, 0);$$

当 $\angle NBP = 90^\circ$ 时,如答图,过点 N 作 $NC \perp y$ 轴于点 C,



第 24 题答图

则 $\angle NBC + \angle BNC = 90^\circ, NC = m$,

$$BC = -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2 - 2 = -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m,$$

$\therefore \angle NBP = 90^\circ, \therefore \angle NBC + \angle ABO = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ABO = \angle BNC, \therefore \text{Rt}\triangle NCB \sim \text{Rt}\triangle BOA, \therefore \frac{NC}{BO} = \frac{CB}{OA},$$

$$\therefore \frac{m}{2} = \frac{-\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m}{3},$$

$$\text{解得 } m = 0 \text{ (舍去) 或 } m = \frac{11}{8}, \therefore M(\frac{11}{8}, 0).$$

综上所述,当以 B, P, N 为顶点的三角形与 $\triangle APM$ 相似时,

点 M 的坐标为 $(\frac{5}{2}, 0)$ 或 $(\frac{11}{8}, 0)$.

25.

【思路点拨】 (1) 利用三角形的中位线定理解决问题即可;(2) 由题意知 CD 垂直平分线段 AB, 得 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心在线段 CD 上, 如答图①, 设 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心为 O, 连接 OA, OB. 利用三角函数求出半径即可;(3) 如答图②, 延长 AD 到点 E, 使得 $DE = AD$, 连接 EC, 延长 AC 到点 F, 使得 $CF = CE$, 连接 EF, 证明 $\angle F = 60^\circ$, 因为 $AD = DE = 30$ cm, 所以 $AE = 60$ cm, 推出点 F 的运动轨迹是图中优弧 AE, 可得 $AB + AC = AC + CF = AF$, 当 AF 是直径时, $AB + AC$ 的值最大, 由此即可解决问题.

解:(1) 2

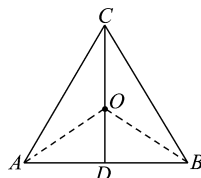
(2) 如答图①, 设 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心为 O, 连接 OA, OB.

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

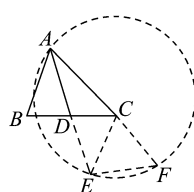
$$\therefore \angle ODA = 90^\circ, AD = \frac{1}{2}AB = 3, \angle OAD = \frac{1}{2}\angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore OA = \frac{AD}{\cos 30^\circ} = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3},$$

即 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径为 $2\sqrt{3}$.



图①



图②

第 25 题答图

(3) 如答图②, 延长 AD 到点 E, 使得 $DE = AD$, 连接 EC, 延长 AC 到点 F, 使得 $CF = CE$, 连接 EF.

$$\text{在 } \triangle ADB \text{ 和 } \triangle EDC \text{ 中, } \begin{cases} BD = DC, \\ \angle ADB = \angle EDC, \\ AD = DE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle EDC (\text{SAS}),$$

$$\therefore AB = EC, \angle B = \angle DCE,$$

$$\therefore AB \parallel EC, \therefore \angle ECF = \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore CE = CF, \therefore \triangle ECF \text{ 是等边三角形, } \therefore \angle F = 60^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle DEB$ 和 $\text{Rt}\triangle DFC$ 中, $\begin{cases} BD=CD, \\ DE=DF, \end{cases}$

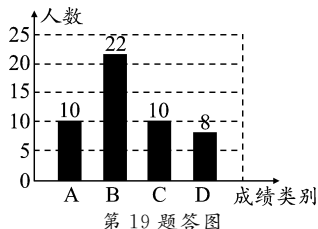
$\therefore \text{Rt}\triangle DEB \cong \text{Rt}\triangle DFC (\text{HL}),$

$\therefore BE=CF.$

19. 解: (1) 共调查学生人数为 $22 \div 44\% = 50$ (名),

成绩为“C”的人数有 $50 \times 20\% = 10$ (名).

补全条形统计图如答图.



(2) B

(3) 根据题意得,

$$1000 \times (1 - 16\% - 20\% - 44\%) = 200 \text{ (名)}.$$

答: 估计该校九年级共有 200 名学生的数学成绩可以达到 A.

【解题思路】(2) 把成绩按从小到大的顺序排列后处在第 25, 26 位的都是“B”, \therefore 中位数落在 B 组.

20. 解: 设 NB 的长为 x 米, 则 $MB = x + 1.1 + 8.4 - 1.5 = (x + 8)$ 米.

由题意得, $\angle CND = \angle ANB, \angle CDN = \angle ABN = 90^\circ,$

$$\therefore \triangle CND \sim \triangle ANB, \therefore \frac{CD}{AB} = \frac{DN}{BN}.$$

$$\text{同理可得, } \triangle EMF \sim \triangle AMB, \therefore \frac{EF}{AB} = \frac{FM}{BM}.$$

$$\therefore EF = CD, \therefore \frac{DN}{BN} = \frac{FM}{BM}, \text{ 即 } \frac{1.1}{x} = \frac{1.5}{x+8},$$

解得 $x = 22,$

$$\therefore \frac{CD}{AB} = \frac{DN}{BN}, \therefore \frac{1.6}{AB} = \frac{1.1}{22},$$

解得 $AB = 32.$

答: 古树 AB 的高度为 32 米.

21. 解: (1) 依题意得, $y = 80x - 60x - 2 \times 0.5x - 8000,$

整理得, $y = 19x - 8000,$

\therefore 所求的函数表达式为 $y = 19x - 8000.$

(2) 将 $y = 106000$ 代入 y 与 x 之间的函数表达式得,

$$106000 = 19x - 8000,$$

解得 $x = 6000,$

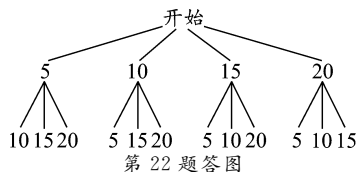
\therefore 这个月该厂生产产品 6000 件.

22. 解: (1) 如果随机翻 1 张牌, 那么翻到“孝当先”的概率为 $\frac{1}{4}.$

(2) 画树状图如答图.

由树状图可知, 共有 12 种等可能出现的结果, 其中所获奖品总值不低于 30 元的有 4 种,

\therefore 小明两次所获奖品总值不低于 30 元的概率为 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$



23. (1) 证明: $\because DE$ 为 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore OD \perp DE,$$

$$\text{又 } \because DE \perp BC,$$

$$\therefore OD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ODA = \angle C,$$

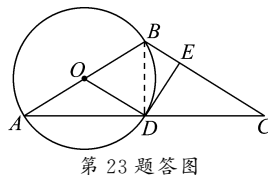
$$\because OA = OD,$$

$$\therefore \angle A = \angle ODA,$$

$$\therefore \angle A = \angle C,$$

$$\therefore BA = BC.$$

(2) 解: 如答图, 连接 BD. 设 $BE = x, BC = BA = 5.$



$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADB = \angle BDC = 90^\circ,$$

$$\because \angle DBE = \angle CBD, DE \perp BC,$$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle BCD,$$

$$\therefore \frac{BD}{BC} = \frac{BE}{BD}, \angle BDE = \angle C,$$

$$\therefore BD^2 = BC \cdot BE = 5x,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BDE \text{ 中, } BD^2 = DE^2 + BE^2, \text{ 即 } 5x = 2^2 + x^2,$$

解得 $x_1 = 1, x_2 = 4,$

$$\text{当 } BE = 1 \text{ 时, } \tan \angle BDE = \frac{BE}{DE} = \frac{1}{2},$$

$$\text{当 } BE = 4 \text{ 时, } \tan \angle BDE = \frac{BE}{DE} = \frac{4}{2} = 2.$$

综上所述, $\tan C$ 的值为 $\frac{1}{2}$ 或 2.

24. 解: (1) \because 抛物线 C 的顶点坐标为 (2, 8),

$$\therefore \text{设抛物线 C 的表达式为 } y = a(x-2)^2 + 8,$$

$$\text{把 } (0, 6) \text{ 代入 } y = a(x-2)^2 + 8, \text{ 得 } a = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{抛物线 C 的表达式为 } y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 8,$$

$$\text{即 } y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6,$$

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则有 } -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6 = 0, \text{ 解得 } x = -2 \text{ 或 } x = 6,$$

$$\therefore A(-2, 0), B(6, 0).$$

边上的中线, $CE=10$, $\therefore AE=CE=10$, $\because AD=4$, $\therefore DE=6$,
 $\because CD$ 为 AB 边上的高, \therefore 在 $Rt\triangle CDE$ 中, $CD = \sqrt{CE^2 - DE^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$. 故选 D.

8. D 【解题思路】 \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AB \parallel CD$, $CD=AB=5$, $\therefore CG=CD-DG=5-2=3$, $\therefore E$ 是边 BC 的中点, 且 $\angle BFC=90^\circ$, $\therefore EF=\frac{1}{2}BC$, $\therefore EF \parallel AB$, $AB \parallel CG$, E 是边 BC 的中点, $\therefore F$ 是 AG 的中点, $\therefore EF$ 是梯形 $ABCG$ 的中位线, $\therefore 2EF=AB+CG$, $\therefore BC=AB+CG=5+3=8$. 故选 D.

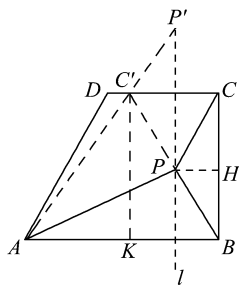
9. B 【解题思路】 \because 半径 $OC \perp$ 弦 AB 于点 D , $\therefore \widehat{AC} = \widehat{BC}$, $AD=BD$, $\therefore \angle BOD=2\angle E=45^\circ$, $\therefore \triangle ODB$ 是等腰直角三角形, $\therefore AB=8$, $\therefore OD=DB=4$, 则半径 $OB = \sqrt{OD^2 + BD^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$. 故选 B.

10. D 【解题思路】 $\because y=x^2-4x+a=(x-2)^2-4+a$, \therefore 将二次函数 $y=x^2-4x+a$ 的图象向左平移 1 个单位, 再向上平移 1 个单位, 得到的函数表达式为 $y=(x-2+1)^2-4+a+1$, 即 $y=x^2-2x+a-2$, 将 $y=2$ 代入, 得 $2=x^2-2x+a-2$, 即 $x^2-2x+a-4=0$, 由题意得 $\Delta=4-4(a-4)>0$, 解得 $a<5$. 故选 D.

11. $x<6$ 12. 36°

13. $(-6, 2)$ 【解题思路】 \because 点 D 的坐标为 $(-3, 4)$, $AB=2$, $\therefore C(-3, 2)$, \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore AD \parallel BC$, $\therefore AD \parallel x$ 轴, $\therefore BC \parallel x$ 轴, $\therefore B$ 点的纵坐标为 2, 设 $B(x, 2)$, \because 矩形 $ABCD$ 的顶点 B, D 在反比例函数 $y=\frac{k}{x} (k<0, x<0)$ 的图象上, $\therefore k=2x=-3 \times 4$, $\therefore x=-6$, $\therefore B(-6, 2)$.

14. 5 【解题思路】如答图, 过点 P 作 $PH \perp BC$ 于点 H . $\because \frac{1}{2}BC \cdot PH=2$, $BC=4$, $\therefore PH=1$, 过点 P 作直线 $l \parallel BC$, 作点 C 关于直线 l 的对称点 C' , 连接 AC' 交直线 l 于点 P' , 此时 $|P'A-P'C'|$ 的值最大, 即 $|PA-PC|$ 的值最大, 最大值为线段 AC' 的长, 过点 C' 作 $C'K \perp AB$ 于点 K . $\because \angle C'KB = \angle KBC = \angle BCC' = 90^\circ$, \therefore 四边形 $CBKC'$ 是矩形, $\therefore BK=CC'=2$, $KC'=BC=4$, $\because AB=5$, $\therefore AK=AB-BK=5-2=3$, $\therefore AC' = \sqrt{AK^2 + KC'^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, $\therefore |PA-PC|$ 的最大值为 5.

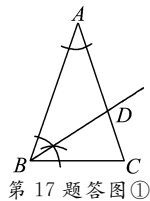


第 14 题答图

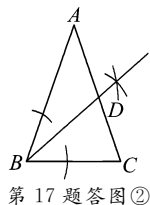
15. 解: 原式 $= 2\sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) + 9$
 $= 3\sqrt{3} + 7$.

16. 解: 原式 $= \left[\frac{2x-1}{x+1} - \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} \right] \cdot \frac{(x+1)^2}{x-2}$
 $= \frac{2x-1-x^2+1}{x+1} \cdot \frac{(x+1)^2}{x-2}$
 $= \frac{-x(x-2)}{x+1} \cdot \frac{(x+1)^2}{x-2}$
 $= -x^2 - x$.

17. 解: 解法一: 如答图①, 直线 BD 即为所求.



解法二: 如答图②, 直线 BD 即为所求.



18. 证明: $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle B = \angle C$,

$\because CE = BF$,

$\therefore CE - EF = BF - EF$,

即 $CF = BE$.

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle DCF$ 中,

$$\begin{cases} AB=DC, \\ \angle B=\angle C, \\ BE=CF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF (SAS)$,

$\therefore DF = AE$.

19. 解: (1) 11 88 91

(2) $(650+650) \times \frac{2+3}{40} = 162.5$,

\therefore 估计该校七、八两个年级学生在本次竞赛中成绩在 95 分以上的有 162 人.

(3) 八年级学生对垃圾分类知识掌握的总体水平较好.

\because 七、八年级成绩的平均数相等, 而八年级成绩的中位数大于七年级成绩的中位数,

\therefore 八年级学生对垃圾分类知识掌握的总体水平较好.

【解题思路】(1) 抽取的七年级的成绩在 $80 \leq x \leq 89$ 的人数 $a=20-1-8=11$, 将七年级成绩按从小到大的顺序排列为 69, 80, 83, 85, 85, 85, 85, 85, 86, 87, 89, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 97, 100, \therefore 七年级成绩的中位数 $b = \frac{87+89}{2} = 88$, 八年级成绩的众数 $c=91$.

【易错分析】本题的易错之处在于求中位数时未进行排序,找中位数时一定要将数据按从大到小(或从小到大)的顺序排序,再根据数据个数有奇数个还是偶数个来确定中位数.如果数据个数为奇数,那么处在中间的数为这组数据的中位数;如果数据个数为偶数,那么处在中间两个数的平均数即为这组数据的中位数.

20. 解:如答图,作 $DH \perp AB$,垂足为 H ,

则有 $\angle ADH = 37^\circ$, $\angle AFH = 45^\circ$, $DF = EG = 6.43$, $DE = FG = HB$,

设王林同学的身高为 x 米,则 $HB = x$,

$\therefore AH = 21 - x$,

在 $Rt\triangle AFH$ 中, $\because \angle AFH = 45^\circ$,

$\therefore HF = AH = 21 - x$,

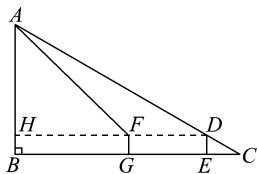
$\therefore DH = 21 - x + 6.43 = 27.43 - x$.

在 $Rt\triangle ADH$ 中,

$\because \tan 37^\circ = \frac{AH}{DH} = \frac{21-x}{27.43-x} \approx 0.75$,

解得 $x \approx 1.7$.

答:王林同学的身高约为 1.7 米.



第 20 题答图

21. 解:(1)设线段 CD 所在直线的函数表达式为 $y = kx + b$,

由题意可得 $\begin{cases} 300 = 4.5k + b, \\ 80 = 2.5k + b, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k = 110, \\ b = -195, \end{cases}$

\therefore 线段 CD 所在直线的函数表达式为 $y = 110x - 195$.

(2)设线段 OA 所在直线的函数表达式为 $y = mx$,

由题意可得 $300 = 5m$,

$\therefore m = 60$,

\therefore 线段 OA 所在直线的函数表达式为 $y = 60x$,

联立 $\begin{cases} y = 60x, \\ y = 110x - 195, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 3.9, \\ y = 234. \end{cases}$

答:货车出发 3.9 小时两车相遇,此时两车距离甲地 234 千米.

22. 解:(1)根据题意列表如下:

卡片上的数量	1	2	3	4
1	—	(1,2)	(1,3)	(1,4)
2	(2,1)	—	(2,3)	(2,4)
3	(3,1)	(3,2)	—	(3,4)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	—

由列表可知,共有 12 种等可能出现的结果.

(2)由(1)表可知,共有 12 种等可能出现的结果,其中所得三条线段能构成三角形的有 4 种,

\therefore 所得三条线段能构成三角形的概率是 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

23. (1)证明:如答图,连接 OD .

$\because DE$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore \angle ODE = 90^\circ$,

$\because OB = OD$, $\therefore \angle OBD = \angle ODB$,

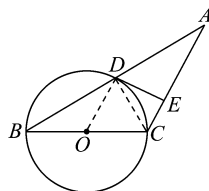
$\because AC = BC$, $\therefore \angle OBD = \angle A$,

$\therefore \angle A = \angle ODB$, $\therefore OD \parallel AC$,

$\therefore \angle DEA = \angle ODE = 90^\circ$,

$\therefore DE \perp AC$.

(2)解:如答图,连接 CD .



第 23 题答图

$\because BC$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle BDC = \angle CDA = 90^\circ$,

$\because \angle DEA = \angle CDA = 90^\circ$, $\angle A = \angle A$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACD$,

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$, 即 $\frac{6}{8} = \frac{AE}{6}$,

$\therefore AE = \frac{9}{2}$.

24. 解:(1)设直线 AB 的表达式为 $y = mx + n$,

把 $A(-1, 3)$, $B(4, 8)$ 代入得 $\begin{cases} -m + n = 3, \\ 4m + n = 8, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m = 1, \\ n = 4, \end{cases}$

\therefore 直线 AB 的表达式为 $y = x + 4$,

\therefore 直线 AB 与 y 轴的交点坐标为 $(0, 4)$,

$\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \times 4 \times (4 + 1) = 10$.

(2)设抛物线 N 的表达式为 $y = ax^2 + bx + c$,

把 $A(-1, 3)$, $B(4, 8)$, $O(0, 0)$ 代入得 $\begin{cases} a - b + c = 3, \\ 16a + 4b + c = 8, \\ c = 0, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a = 1, \\ b = -2, \\ c = 0, \end{cases}$

\therefore 抛物线 N 的表达式为 $y = x^2 - 2x$,

由(1)知,直线 AB 与 y 轴的交点坐标为 $(0, 4)$,

设平移后抛物线的顶点坐标为 $(t, t + 4)$,

则平移后的抛物线表达式为 $y = (x - t)^2 + t + 4$,

当 $x = 0$ 时, $y = (0 - t)^2 + t + 4 = t^2 + t + 4$, 则 $C(0, t^2 + t + 4)$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle ABO}$,

$\therefore \frac{1}{2} \cdot |t^2 + t + 4 - 4| \cdot (4 + 1) = 3 \times 10$,

整理得 $|t^2 + t| = 12$,

而方程 $t^2 + t = -12$ 没有实数解,

$\therefore t^2 + t = 12$, 解得 $t_1 = -4, t_2 = 3$,

\therefore 满足条件的平移后的抛物线表达式为

$y = (x+4)^2$ 或 $y = (x-3)^2 + 7$.

25.

【思路点拨】 本题考查了圆的有关概念及性质, 最大面积, 最小周长, 轴对称, 正方形的性质等知识, 解题的关键是学会利用轴对称解决最值问题. (1) 点 P 运动至半圆 O 的中点时, 底边 AB 上的高最大, 即 $P'O = 5$, 求出此时 $\triangle P'AB$ 的面积即可; (2) 如答图②, 作点 G 关于 CD 的对称点 G' , 作点 B 关于 AD 的对称点 B' , 连接 $B'G', B'E, FG'$, 根据两点之间线段最短即可解决问题; (3) 如答图③, 连接 CD , 作 $OG \perp CD$, 垂足为 G , 延长 OG 交 \widehat{AB} 于点 E' , 则此时 $\triangle CDE$ 的面积最大, 可求出四边形 $CODE$ 的最大面积; 作 $E'H \perp OB$, 垂足为 H , 证 $\triangle COD \sim \triangle OHE'$, 可求出 $E'H$ 的长, 即可写出结论.

解: (1) 如答图①, 点 P 运动至半圆 O 的中点时, 底边 AB 上的高最大, 即 $P'O = \frac{1}{2}AB = 5$,

此时 $\triangle PAB$ 的面积最大, 最大值为 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25$.

(2) 如答图②, 作点 G 关于 CD 的对称点 G' , 作点 B 关于 AD 的对称点 B' , 连接 $B'G', B'E, FG'$.

$\therefore EB = EB', FG = FG'$,

$\therefore BE + EF + FG + BG = B'E + EF + FG' + BG$,

$\therefore EB' + EF + FG' \geq B'G'$,

\therefore 四边形 $BEFG$ 的周长的最小值为 $BG + B'G'$,

$\therefore BG = \frac{1}{2}BC = 5, BB' = 20, B'G' = 15$,

$\therefore B'G' = \sqrt{BG'^2 + BB'^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25$,

$\therefore BG + B'G' = 5 + 25 = 30$,

\therefore 四边形 $BEFG$ 的周长的最小值为 30.

(3) 如答图③, 连接 CD , 作 $OG \perp CD$, 垂足为 G , 延长 OG 交 \widehat{AB} 于点 E' , 则此时 $\triangle CDE$ 的面积最大.

$\therefore OA = OB = 12, AC = 4, D$ 为 OB 的中点,

$\therefore OC = 8, OD = 6$,

\therefore 在 $Rt\triangle COD$ 中, $CD = 10, OG = 4.8$,

$\therefore GE' = 12 - 4.8 = 7.2$,

\therefore 四边形 $CODE$ 面积的最大值为 $S_{\triangle CDO} + S_{\triangle CDE'} = \frac{1}{2} \times 6 \times$

$8 + \frac{1}{2} \times 10 \times 7.2 = 60$,

作 $E'H \perp OB$, 垂足为 H .

$\therefore \angle E'OH + \angle OE'H = 90^\circ, \angle E'OH + \angle ODC = 90^\circ$,

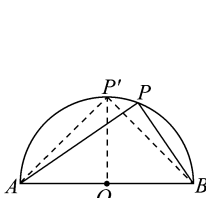
$\therefore \angle OE'H = \angle ODC$,

又 $\therefore \angle COD = \angle E'HO = 90^\circ$,

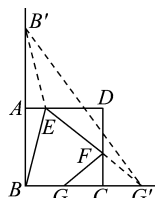
$\therefore \triangle COD \sim \triangle OHE'$,

$\therefore \frac{OD}{CD} = \frac{HE'}{OE'}, \therefore \frac{6}{10} = \frac{HE'}{12}, \therefore E'H = 7.2$,

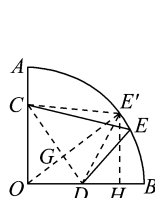
\therefore 出口 E 设在距直线 OB 7.2 米处可以使四边形 $CODE$ 的面积最大, 最大面积为 60 平方米.



图①



图②



图③

第 25 题答图

2021 年陕西省初中学业水平考试

数学试卷(六)

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	A	D	D	A	D	C	D	B

1. D 2. C 3. A 4. D

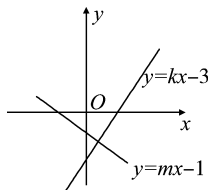
5. D

【易错分析】 本题容易混淆整式的运算法则, 积的乘方是给每一个因式分别乘方; 同底数幂的乘法是底数不变、指数相加; 完全平方和公式的展开式是三项; 合并同类项是系数的加减.

6. A **【解题思路】** $\therefore \angle ACB = 90^\circ, \angle ABC = 60^\circ, \therefore \angle A = 30^\circ$,
 $\therefore BD$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle CBD = \angle DBA = 30^\circ, \therefore BD = AD =$

$6, \therefore P$ 是 BD 的中点, $\therefore CP = \frac{1}{2}BD = 3$. 故选 A.

7. D **【解题思路】** \therefore 一次函数 $y = kx - 3$ 中, $k > 0, -3 < 0, \therefore$ 一次函数 $y = kx - 3$ 的图象经过第一、三、四象限, \therefore 一次函数 $y = mx - 1$ 中, $m < 0, -1 < 0, \therefore$ 一次函数 $y = mx - 1$ 的图象经过第二、三、四象限. 大致画出两个一次函数的图象如答图, 观察函数图象可知, 这两个一次函数图象的交点在第四象限. 故选 D.

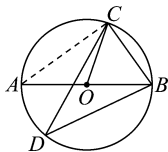


第 7 题答图

8. C **【解题思路】** \therefore 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore AB = CD = BC = \sqrt{2}, \angle B = \angle ADC = 90^\circ, \angle BAC = \angle CAD = 45^\circ, \therefore AC = \sqrt{2}AB = 2, \therefore \angle ADE = 22.5^\circ, \therefore \angle CDE = 90^\circ - 22.5^\circ = 67.5^\circ, \therefore \angle CED = \angle CAD + \angle ADE = 45^\circ + 22.5^\circ = 67.5^\circ$,

$\therefore \angle CDE = \angle CED, \therefore CE = CD = \sqrt{2}, \therefore AE = AC - CE = 2 - \sqrt{2},$
 $\therefore EF \perp AB, \therefore \angle AFE = 90^\circ, \therefore \triangle AFE$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore EF = \frac{AE}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$. 故选 C.

9. D **【解题思路】**解法一: 如答图, 连接 AC . $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ, \therefore \angle A + \angle ABC = 90^\circ$, 又 $\because \angle A = \angle CDB = 40^\circ, \therefore \angle ABC = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ, \therefore CO = BO,$
 $\therefore \angle OCB = \angle OBC, \therefore \angle COA = 2\angle OBC = 100^\circ$. 故选 D.



第 9 题答图

解法二: $\because \angle CDB = 40^\circ, \therefore \angle COB = 2\angle CDB = 80^\circ,$
 $\therefore \angle AOC = 180^\circ - \angle COB = 100^\circ$. 故选 D.

10. B **【解题思路】** \because 抛物线对称轴为 $x=1$, 且点 A, B 的横坐标关于抛物线的对称轴对称, $\therefore A, B$ 不能同时经过抛物线, 同理 A, C 也不能同时经过抛物线, \therefore 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 只能经过 $B(2, 3), C(3, 6)$ 两点, 代入抛物线表达式得
- $$\begin{cases} 6 = 9 + 3b + c, \\ 3 = 4 + 2b + c, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} b = -2, \\ c = 3, \end{cases} \therefore \text{ 抛物线表达式为 } y = x^2 - 2x + 3,$$
- $2x + 3 = (x-1)^2 + 2, \therefore$ 抛物线顶点坐标为 $(1, 2)$. 故选 B.

11. $-n$ 12. 108

13. -2 **【解题思路】**联立两个函数表达式得 $\begin{cases} y = \frac{2}{x}, \\ y = -2x - 4, \end{cases}$ 整理得 $x^2 + 2x + 1 = 0$, 解得 $x = -1, \therefore y = -2, \therefore a = -1, b = -2$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = -1 - 1 = -2$.

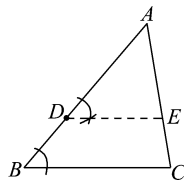
14. $\frac{48}{5}$ **【解题思路】**根据垂线段最短可知, 当 $PE \perp AB$ 时, 线段 PE 最短. $\because AE \perp BC$ 于点 $E, \sin B = \frac{3}{5} = \frac{AE}{AB}$, 设 $AE = 3k, AB = BC = 5k$, 则 $BE = 4k, EC = k, \therefore EC = 3, \therefore k = 3,$
 $\therefore BE = 12, AB = 15, AE = 9$, 当 $PE \perp AB$ 时, $\frac{1}{2}AB \cdot PE = \frac{1}{2}BE \cdot AE, \therefore PE = \frac{AE \cdot BE}{AB} = \frac{36}{5}, \therefore$ 线段 PE 的最小值为 $\frac{36}{5}, \therefore BP = \sqrt{BE^2 - PE^2} = \sqrt{12^2 - \left(\frac{36}{5}\right)^2} = \frac{48}{5}$.

15. 解: $\because (x+4)^2 - 5(x+4) = 0,$
 $\therefore (x+4)(x-1) = 0,$
 则 $x+4=0$ 或 $x-1=0$,
 解得 $x_1 = -4, x_2 = 1$.

16. 解: 原式 $= \frac{(x-3)(x+3) - x^2}{x+3} \div \frac{x(x-3)}{(x+3)(x-3)}$
 $= -\frac{9}{x+3} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{x(x-3)}$
 $= -\frac{9}{x}.$

【易错分析】本题易错之处在于通分、分解因式、约分、结果是否化为最简, 需要注意分式的通分一定是化为同分母分式, 平方差公式分解因式要注意每项是否是平方数, 约分约的是同类项, 化简分式的结果一定是分式的最简形式.

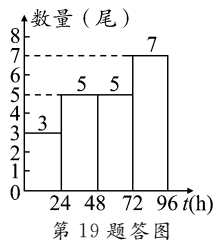
17. 解: 如答图, 点 E 即为所求.



第 17 题答图

18. 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AD = BC, AD \parallel BC, \angle DAE = \angle BCF,$
 $\because \angle 1 = \angle DAE + \angle ADE, \angle 2 = \angle BCF + \angle CBF, \angle 1 = \angle 2,$
 $\therefore \angle ADE = \angle CBF,$
 在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle CBF$ 中, $\begin{cases} \angle DAE = \angle BCF, \\ AD = BC, \\ \angle ADE = \angle CBF, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF (ASA),$
 $\therefore AE = CF.$

19. 解: (1) 收集了“声呐鲟”总尾数为 $7 \div 35\% = 20$,
 $m = 1 - 25\% - 25\% - 35\% = 15\%,$
 $0 < t \leq 24$ 时间段通过的尾数为 $20 \times 15\% = 3,$
 $24 < t \leq 48$ 时间段通过的尾数为 $20 \times 25\% = 5,$
 补全频数分布直方图如答图.

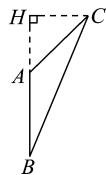


第 19 题答图

(2) $48 < t \leq 72$

(3) 估计今年在放流 72 小时内中华鲟通过监测点 A 的数量为 $2000 \times \frac{3+5+5}{20} = 1300$ (尾).

20. 解: 如答图, 过点 C 作 $CH \perp AB$, 交 BA 的延长线于点 H , 由题意知 $\angle B = 25^\circ, \angle CAH = 48^\circ, AB = 290,$



第 20 题答图

设 $AH = x$, 则 $CH = AH \cdot \tan \angle CAH.$
 $\therefore CH = (AB + AH) \cdot \tan B,$

$$\therefore x \cdot \tan 48^\circ = \tan 25^\circ (x+290),$$

解得 $x \approx 209.52$.

$$\therefore \cos \angle CAH \approx 0.669 = \frac{AH}{AC}, \therefore AC \approx 313.$$

答:主台 A 与副台 C 之间的距离约为 313 米.

21. 解:(1) 当 $0 \leq x \leq 4$ 时, 设 y 与 x 的函数表达式为 $y=kx$,

由图象可得 $2k=10$, $\therefore k=5$,

即当 $0 \leq x \leq 4$ 时, y 与 x 的函数表达式为 $y=5x$.

(2) 当 $x=4$ 时, $y=4 \times 5=20$,

当 $14 < x \leq 24$ 时, 设 y 与 x 的函数表达式为 $y=ax+b$,

$$\text{由图象可得} \begin{cases} 14a+b=20, \\ 24a+b=0, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=-2, \\ b=48, \end{cases}$$

即当 $14 < x \leq 24$ 时, y 与 x 的函数表达式为 $y=-2x+48$,

把 $y=15$ 代入 $y=-2x+48$,

$$\text{得 } 15 = -2x + 48,$$

解得 $x=16.5$,

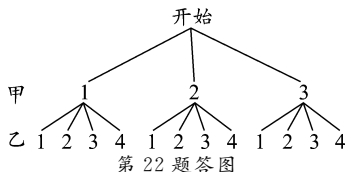
$$16.5 - 14 = 2.5.$$

答:这天恒温系统最多可以关闭 2.5 小时就必须重新启动,才能避免草莓受到伤害.

22. 解:(1) 甲转盘共有 1, 2, 3 三个数字, 其中小于 3 的有 1, 2,

$$\therefore P(\text{转动甲转盘数字小于 } 3) = \frac{2}{3}.$$

(2) 画树状图如答图:



第 22 题答图

由树状图可知, 共有 12 种等可能出现的结果, 其中两个转盘指针指向的数字和为奇数的有 6 种,

$$\therefore P(\text{小张同学去}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

23. (1) 证明: 如答图, 连接 OB .

$\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C + \angle BAC = 90^\circ,$$

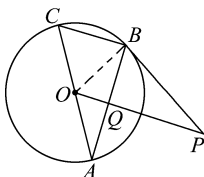
$$\therefore OA = OB,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle OBA,$$

$$\therefore \angle PBA = \angle C,$$

$$\therefore \angle PBA + \angle OBA = 90^\circ, \text{即 } PB \perp OB,$$

$\therefore PB$ 是 $\odot O$ 的切线.



第 23 题答图

(2) 解: $\therefore \odot O$ 的半径为 2,

$$\therefore OB=2, AC=4,$$

$$\therefore OP \parallel BC,$$

$$\therefore \angle CBO = \angle BOP,$$

$$\therefore OC = OB,$$

$$\therefore \angle C = \angle CBO, \therefore \angle C = \angle BOP,$$

$$\text{又 } \therefore \angle ABC = \angle PBO = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle PBO,$$

$$\therefore \frac{BC}{BO} = \frac{AC}{PO}, \text{即 } \frac{BC}{2} = \frac{4}{6},$$

$$\therefore BC = \frac{4}{3}.$$

24. 解:(1) \therefore 抛物线的对称轴为直线 $x=1$,

$$\therefore 1 = -\frac{b}{2}, \therefore b = -2,$$

$$\therefore y = x^2 - 2x + c \text{ 经过点 } A(-1, 0),$$

$$\therefore 1 + 2 + c = 0, \therefore c = -3,$$

$$\therefore \text{抛物线的表达式为 } y = x^2 - 2x - 3.$$

$$(2) \text{ 令 } y=0, \text{ 则有 } 0 = x^2 - 2x - 3,$$

$$\text{解得 } x_1 = -1, x_2 = 3,$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 坐标为 } (-1, 0), \therefore B(3, 0).$$

$$(3) \text{ 由直线 } y = \frac{3}{2}x - 3 \text{ 与抛物线 } y = x^2 - 2x - 3 \text{ 交于 } C, D$$

$$\text{两点得, } \frac{3}{2}x - 3 = x^2 - 2x - 3, \text{ 即 } 2x^2 - 7x = 0, \text{ 解得 } x_1 = 0,$$

$$x_2 = \frac{7}{2}.$$

$$\text{设 } Q(m, m^2 - 2m - 3), \text{ 则 } 0 < m < \frac{7}{2},$$

$$\therefore \text{四边形 } PQBE \text{ 是平行四边形, } \therefore PQ \parallel BE, PQ = BE,$$

$$\therefore \text{直线 } CD \text{ 的表达式为 } y = \frac{3}{2}x - 3,$$

$$\therefore \frac{3}{2}x - 3 = m^2 - 2m - 3,$$

$$\therefore x = \frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m,$$

$$\therefore P\left(\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m, m^2 - 2m - 3\right),$$

$$\therefore PQ = \frac{7}{3}m - \frac{2}{3}m^2,$$

$$\text{由题意得 } B(3, 0), E(2, 0), \therefore BE = 1,$$

$$\therefore \frac{7}{3}m - \frac{2}{3}m^2 = 1,$$

$$\text{解得 } m = \frac{1}{2} \text{ 或 } m = 3(\text{舍去}),$$

$$\therefore Q\left(\frac{1}{2}, -\frac{15}{4}\right).$$

25. 解:(1) 105°

(2) 如答图②, 将 $\triangle BCD$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle BAF$,

$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle BAF, \angle FBD = 90^\circ, BF = BD, \angle BAF =$$

$$\angle BCD, CD = AF, S_{\triangle ABF} = S_{\triangle BCD},$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ, \therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle BAF = 180^\circ, \therefore F, A, D \text{ 三点共线},$$

$\because BF=BD=6, \angle FBD=90^\circ, \therefore S_{\triangle BDF} = \frac{1}{2}BF \cdot BD = 18,$

$\therefore S_{\triangle BDF} = S_{\triangle ABF} + S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BCD} + S_{\triangle ABD} = S_{\text{四边形}ABCD} = 18.$

(3) 如答图③, 将 $\triangle BCD$ 绕点 B 逆时针旋转 45° , 得到 $\triangle BAH$, 连接 HD , 过点 H 作 $HG \perp BD$ 于点 G ,

$\therefore \triangle BCD \cong \triangle BAH,$

$\therefore CD=AH, BH=BD=6, \angle HBA=\angle DBC, \angle HAB=\angle BCD, S_{\triangle BCD}=S_{\triangle BAH},$

$\therefore \angle ABC=45^\circ=\angle ABD+\angle DBC,$

$\therefore \angle ABD+\angle HBA=45^\circ=\angle HBG,$

$\therefore HG \perp BD, \therefore \angle HBG=\angle BHG=45^\circ,$

$\therefore BG=HG,$

$\therefore BH=\sqrt{2}BG=6, \therefore BG=HG=3\sqrt{2},$

$\therefore S_{\triangle HBD} = \frac{1}{2}BD \cdot HG = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}, DG=6-3\sqrt{2},$

$\therefore HD^2 = DG^2 + HG^2 = (6-3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 72 - 36\sqrt{2},$

$\therefore \angle ABC=\angle ADC=45^\circ, \therefore \angle BAD+\angle BCD=270^\circ,$

$\therefore \angle BAD+\angle BAH=270^\circ, \therefore \angle HAD=90^\circ,$

$\therefore HA^2+AD^2=HD^2,$

$\therefore (HA-AD)^2 \geq 0, \therefore 2HA \cdot AD \leq HA^2+AD^2,$

$\therefore HA \cdot AD \leq 36-18\sqrt{2},$

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ABH},$

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle HBD} - S_{\triangle HAD},$

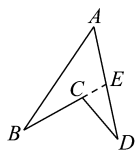
\therefore 当 $\triangle HAD$ 的面积最大时, 四边形 $ABCD$ 的面积最小,

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = 9\sqrt{2} - \frac{1}{2}HA \cdot AD,$

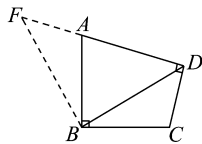
\therefore 四边形 $ABCD$ 的面积的最小值为

$9\sqrt{2} - (18 - 9\sqrt{2}) = (18\sqrt{2} - 18)$ (平方米).

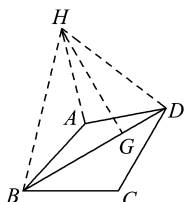
【解题思路】(1) 如答图①, 延长 BC 交 AD 于点 E . $\because \angle BCD = \angle BED + \angle ADC, \angle BED = \angle A + \angle ABC, \therefore \angle BCD = \angle A + \angle ABC + \angle ADC = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ.$



图①



图②



图③

第 25 题答图

2021 年陕西省初中学业水平考试

数学试卷(七)

快速对答案

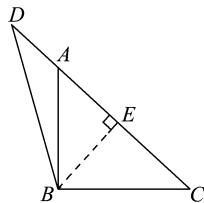
题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	B	D	A	A	A	A	A	C

1. D 2. D 3. B 4. D 5. A

6. A **【解题思路】** 如答图, 作 $BE \perp AC$ 于点 E . $\because AB=BC=2\sqrt{2}, \angle ABC=90^\circ, \therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=4,$
 $\therefore BE \perp AC, \therefore AE=EC, \therefore BE=AE=EC=2, \therefore \angle BED=90^\circ,$

$\angle BDA=30^\circ, \therefore DE=\sqrt{3}BE=2\sqrt{3}, \therefore CD=DE+EC=2\sqrt{3}+2.$

故选 A.

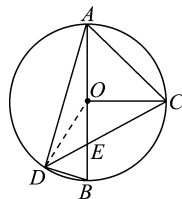


第 6 题答图

7. A **【解题思路】** \because 当 $x_1 < x_2$ 时, $y_1 > y_2, \therefore y$ 随 x 的增大而减小, $\therefore 2-m < 0, \therefore m > 2.$ 故选 A.

8. A **【解题思路】** $\because AC=2, BD=4,$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AO=\frac{1}{2}AC=1, BO=\frac{1}{2}BD=2, \therefore AB=\sqrt{3}, \therefore AB^2+AO^2=BO^2, \therefore \angle BAC=90^\circ, \therefore$ 在 $\text{Rt} \triangle BAC$ 中, $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{7}, S_{\triangle BAC}=\frac{1}{2}AB \cdot AC=\frac{1}{2}BC \cdot AE, \therefore \sqrt{3} \times 2 = \sqrt{7}AE, \therefore AE=\frac{2\sqrt{21}}{7}.$ 故选 A.

9. A **【解题思路】** 如答图, 连接 OD . $\because OC \perp AB, \therefore \angle COB=90^\circ, \therefore \angle AEC=65^\circ, \therefore \angle OCE=180^\circ-90^\circ-65^\circ=25^\circ, \therefore OD=OC, \therefore \angle ODC=\angle OCD=25^\circ, \therefore \angle DOC=180^\circ-25^\circ-25^\circ=130^\circ, \therefore \angle DOB=\angle DOC-\angle BOC=130^\circ-90^\circ=40^\circ, \therefore$ 由圆周角定理得 $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle DOB=20^\circ, \therefore \angle ACD=\angle ABD=90^\circ-20^\circ=70^\circ.$ 故选 A.



第 9 题答图

10. C **【解题思路】** $y=\frac{1}{2}x^2-2x+3=\frac{1}{2}(x-2)^2+1. \therefore$ 曲线段 AB 扫过的面积为 9 (图中的阴影部分), 点 $A(m, 5), B(n, 2), \therefore 3BB'=9, \therefore BB'=3,$ 即将二次函数 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$ 的图象沿 x 轴向左平移 3 个单位长度得到抛物线 C_2 的图象, \therefore 抛物线 C_2 的表达式是 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2+1.$ 故选 C.

11. $-1, -\sqrt{2}$ 12. 132

13. 6 **【解题思路】** \because 直线 $AB \parallel x$ 轴, $\therefore S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOP}+S_{\triangle BOP}=\frac{1}{2}|n|+\frac{1}{2}|m|=-\frac{1}{2}n+\frac{1}{2}m, \therefore \triangle ABC$ 的面积为 3, $\therefore \frac{1}{2}m-\frac{1}{2}n=3, \therefore m-n=6.$

14. 2.4 **【解题思路】** \because 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore AC \perp BD, BO=DO=4, OA=CO, \therefore BD=8, \therefore S_{\text{菱形}ABCD}=\frac{1}{2}AC \cdot BD=24,$

$$\therefore AC = \frac{24}{\frac{1}{2}BD} = \frac{24}{\frac{1}{2} \times 8} = 6, \therefore OA = CO = 3, \text{由勾股定理得}$$

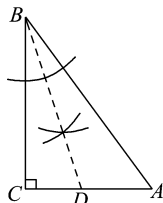
$$BC = \sqrt{CO^2 + BO^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, \therefore \text{当 } OH \text{ 最小时, } OH \perp BC, \text{此时 } S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} BO \cdot CO = \frac{1}{2} BC \cdot OH, \therefore OH = \frac{BO \cdot CO}{BC} = \frac{4 \times 3}{5} = 2.4, \text{即 } OH \text{ 的最小值为 } 2.4.$$

$$15. \text{解:原式} = 2\sqrt{3} \times 3 - 1 - 2(\sqrt{3} - 1) = 4\sqrt{3} + 1.$$

$$16. \text{解:两边同时乘以最简公分母 } (x+1)(x-1), \text{ 可得 } x^2 + x - 3x + 1 = x^2 - 1, \text{ 解得 } x = 1, \text{ 检验:当 } x = 1 \text{ 时, } (x+1)(x-1) = 0, \therefore x = 1 \text{ 是原方程的增根,} \therefore \text{原方程无解.}$$

【易错分析】本题易错之处在于去分母时忘记给常数项乘最简公分母 $(x-1)(x+1)$, 从而导致计算结果错误.

17. 解:如答图,点 D 即为所求.



第 17 题答图

18. 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AB = CD, AB \parallel CD, \therefore \angle B = \angle FCE, \angle BAE = \angle F, \therefore E$ 为 BC 的中点, $\therefore BE = CE.$

$$\text{在 } \triangle ABE \text{ 和 } \triangle FCE \text{ 中, } \begin{cases} \angle BAE = \angle F, \\ \angle B = \angle FCE, \\ BE = CE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FCE (\text{AAS}),$$

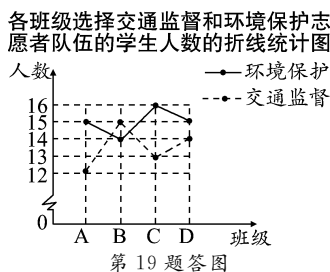
$$\therefore AB = CF,$$

$$\therefore AB = DC, \therefore DC = CF.$$

19. 解:(1) 97.2°

(2) D 班选择环境保护的学生人数为 $200 \times 30\% - 15 - 14 - 16 = 15$ (人).

补全折线统计图如答图.



第 19 题答图

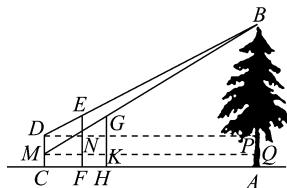
(3) 根据题意得,

$$1500 \times (1 - 30\% - 27\% - 5\%) = 570 \text{ (人)}.$$

答:估计该校选择文明宣传的学生人数为 570 人.

【解题思路】(1) 选择交通监督的人数为 $12 + 15 + 13 + 14 = 54$ (人), 选择交通监督的百分比为 $\frac{54}{200} \times 100\% = 27\%$, 扇形统计图中交通监督所在扇形的圆心角度数为 $360^\circ \times 27\% = 97.2^\circ$.

20. 解:如答图,过点 D 作 $DP \perp AB$ 于点 P , 交 EF 于点 N , 过点 M 作 $MQ \perp AB$ 于点 Q , 交 GH 于点 K ,



第 20 题答图

由题意可得, $\angle EDN = \angle BDP, \angle BPD = \angle END, \angle GMK = \angle BMQ, \angle BQM = \angle GKM, DP = MQ = AC, DN = CF, MK = CH, \therefore \triangle DEN \sim \triangle DBP, \triangle GMK \sim \triangle BMQ,$

$$\therefore \frac{BP}{EN} = \frac{DP}{DN}, \frac{BQ}{GK} = \frac{QM}{MK},$$

$$\therefore \frac{AB - 1.6}{2.4 - 1.6} = \frac{AC}{2}, \frac{AB - 0.8}{2.4 - 0.8} = \frac{AC}{2 + 1.6},$$

解得 $AB = 8.8$ (米).

答:树 AB 的高度为 8.8 米.

21. 解:(1) 由题意可得,

$$\text{当 } 0 < x \leq 100 \text{ 时, } y = 0.55x,$$

$$\text{当 } x > 100 \text{ 时, } y = 0.55 \times 100 + (x - 100) \times 0.6 = 0.6x - 5.$$

综上所述, y 与 x 之间的函数表达式为

$$y = \begin{cases} 0.55x & (0 < x \leq 100) \\ 0.6x - 5 & (x > 100) \end{cases}$$

(2) 当 $x = 115$ 时, $y = 0.6 \times 115 - 5 = 64$ (元).

答:小王家一月份用了 115 度电, 应交电费 64 元.

22. 解:(1) 小丽周六去西安交通大学西迁博物馆的概率为 $\frac{1}{5}$.

(2) 列表如下:

	A	B	C	D	E
A		(B, A)	(C, A)	(D, A)	(E, A)
B	(A, B)		(C, B)	(D, B)	(E, B)
C	(A, C)	(B, C)		(D, C)	(E, C)
D	(A, D)	(B, D)	(C, D)		(E, D)
E	(A, E)	(B, E)	(C, E)	(D, E)	

由上表可知, 共有 20 种等可能出现的结果, 其中小丽在周末两天可以去陕西师范大学教育博物馆参观的有 8 种,

\therefore 小丽在周末两天可以去陕西师范大学教育博物馆参观的

$$\text{概率为 } \frac{8}{20} = \frac{2}{5}.$$

23. (1) 证明: 如答图, 连接 OD .

$\because DE$ 为 $\odot O$ 的切线, $\therefore OD \perp DE$,

$\because DE \perp AE$, $\therefore OD \parallel AE$,

$\therefore \angle 1 = \angle ODA$,

$\because OA = OD$, $\therefore \angle 2 = \angle ODA$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

即 $\angle EAD = \angle BAC$.

(2) 解: 如答图, 连接 BD .

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ADB = 90^\circ$,

$\therefore \angle 2 + \angle ABD = 90^\circ$, $\angle 3 + \angle ABD = 90^\circ$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3$,

$\because \sin \angle 1 = \frac{DE}{AD}$, $\sin \angle 3 = \frac{DC}{BC}$, 且 $DE = DC$,

$\therefore AD = BC$,

设 $CD = x$, $BC = AD = y$,

$\because \angle DCB = \angle BCA$, $\angle 3 = \angle 2$,

$\therefore \triangle CDB \sim \triangle CBA$,

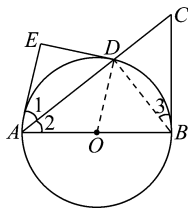
$\therefore CD : CB = CB : CA$, 即 $x : y = y : (x + y)$,

整理得 $x^2 + xy - y^2 = 0$,

解得 $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}y$ 或 $x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}y$ (舍去),

$\therefore \sin \angle 3 = \frac{DC}{BC} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$,

$\therefore \sin \angle BAC$ 的值为 $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.



第 23 题答图

24.

【思路点拨】 本题考查二次函数的图象与系数的关系, 二次函数的性质等知识, 解题的关键是熟练掌握待定系数法求函数表达式, 学会利用参数解决问题.

(1) 利用待定系数法解决问题即可; (2) 函数 y_1 的图象经过点 $(r, 0)$, 其中 $r \neq 0$, 可得 $r^2 + br + a = 0$, 推出

$1 + \frac{b}{r} + \frac{a}{r^2} = 0$, 即 $a \left(\frac{1}{r} \right)^2 + b \cdot \left(\frac{1}{r} \right) + 1 = 0$, 推出

$\frac{1}{r}$ 是方程 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 的根, 可得结论; (3) 由题

意知 $a > 0$, $m = \frac{4a - b^2}{4}$, $n = \frac{4a - b^2}{4a}$, 根据 $m + n = 0$, 构建

方程, 可得结论.

解: (1) 由题意得 $-\frac{b}{2} = 3$, 解得 $b = -6$,

\because 函数 y_1 的图象经过点 $(a, -6)$,

$\therefore a^2 - 6a + a = -6$,

解得 $a = 2$ 或 $a = 3$,

\therefore 函数 y_1 的表达式为 $y_1 = x^2 - 6x + 2$ 或 $y_1 = x^2 - 6x + 3$.

(2) \because 函数 y_1 的图象经过点 $(r, 0)$, 其中 $r \neq 0$,

$\therefore r^2 + br + a = 0$,

$\therefore 1 + \frac{b}{r} + \frac{a}{r^2} = 0$,

即 $a \left(\frac{1}{r} \right)^2 + b \cdot \left(\frac{1}{r} \right) + 1 = 0$,

$\therefore \frac{1}{r}$ 是方程 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 的根,

\therefore 函数 y_2 的图象经过点 $\left(\frac{1}{r}, 0 \right)$.

(3) 由题意知 $a > 0$, $\therefore m = \frac{4a - b^2}{4}$, $n = \frac{4a - b^2}{4a}$,

$\because m + n = 0$, $\therefore \frac{4a - b^2}{4} + \frac{4a - b^2}{4a} = 0$,

$\therefore (4a - b^2)(a + 1) = 0$,

$\because a + 1 > 0$, $\therefore 4a - b^2 = 0$,

$\therefore m = n = 0$.

25.

【思路点拨】 本题为四边形综合题, 主要考查了全等三角形的性质定理与判定定理、勾股定理, 解决本题的关键是证明三角形全等, 并运用了类比的思想依次解决问题. (1) 证明 $\triangle ADB \cong \triangle EAC$, 可得结论: $BC = BD + CE$; (2) 作辅助线, 同理证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEA$, 可得 $DE = AB = 4$, $AE = BC = 8$, 最后利用勾股定理求 BD 的长; (3) 同理证明 $\triangle CED \cong \triangle AFD$, 设 $AF = x$, 则 $BF = DE = DF = x + 5$, 在 $\text{Rt} \triangle ADF$ 中, 由勾股定理得方程 $x^2 + (x + 5)^2 = \left(\frac{13\sqrt{2}}{2} \right)^2$, 解得 $AF = \frac{7}{2}$, $DF = \frac{17}{2}$, $BD = \sqrt{2} DF = \frac{17\sqrt{2}}{2}$, $S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\text{正方形}DEBF} - \left(\frac{17}{2} \right)^2 = \frac{289}{4}$, $S_{\triangle ABD} = \frac{85}{4}$, 得出 $S_{\triangle BCD} = S_{\text{四边形}ABCD} - S_{\triangle ABD} = 51$, 再根据三角形面积公式, 即可得出答案.

解: (1) $BC = BD + CE$

(2) 如答图①, 过点 D 作 $DE \perp AB$, 交 BA 的延长线于点 E ,

由 (1) 同理可得: $\triangle ABC \cong \triangle DEA$,

$\therefore DE = AB = 4$, $AE = BC = 8$,

在 $\text{Rt} \triangle BDE$ 中, $BE = 12$,

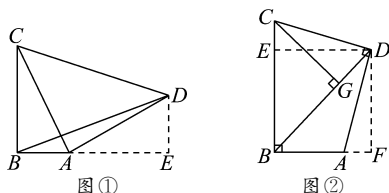
由勾股定理得 $BD = \sqrt{BE^2 + DE^2} = \sqrt{12^2 + 4^2} = 4\sqrt{10}$.

(3) 如答图②, 过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E , 过点 D 作 $DF \perp$

AB , 交 BA 的延长线于点 F ,

则四边形 $DEBF$ 是矩形,

由(1)同理可得 $\triangle CED \cong \triangle AFD$, $\therefore CE=AF, DE=DF$,
 \therefore 四边形 $DEBF$ 是正方形,
 设 $AF=x$, 则 $BF=DE=DF=x+5$,
 在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, 由勾股定理得 $x^2 + (x+5)^2 = \left(\frac{13\sqrt{2}}{2}\right)^2$,
 解得 $x = \frac{7}{2}$ 或 $x = -\frac{17}{2}$ (舍去), $\therefore AF = \frac{7}{2}, DF = \frac{17}{2}$,
 $\therefore BD = \sqrt{2}DF = \frac{17\sqrt{2}}{2}, S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\text{正方形}DEBF} = \left(\frac{17}{2}\right)^2 = \frac{289}{4}$,
 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}AB \cdot DF = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{17}{2} = \frac{85}{4}$,
 $\therefore S_{\triangle BCD} = S_{\text{四边形}ABCD} - S_{\triangle ABD} = \frac{289}{4} - \frac{85}{4} = 51$,
 $\therefore CG = \frac{2 \times 51}{\frac{17\sqrt{2}}{2}} = 6\sqrt{2}$.



第 25 题答图

【解题思路】(1) 结论: $BC=BD+CE$. 理由: 如题图①, $\therefore \angle B = 90^\circ, \angle DAE = 90^\circ, \therefore \angle D + \angle DAB = \angle DAB + \angle EAC = 90^\circ, \therefore \angle D = \angle EAC$. 在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle EAC$ 中,

$$\begin{cases} \angle D = \angle EAC, \\ \angle B = \angle C, \\ AD = EA, \end{cases} \therefore \triangle ADB \cong \triangle EAC (\text{AAS}), \therefore BD = AC, AB = EC, \therefore BC = AC + AB = BD + CE.$$

2021 年陕西省初中学业水平考试 数学试卷(八)

快速对答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	C	B	D	A	C	A	A	C

1. D 2. D 3. C 4. B 5. D

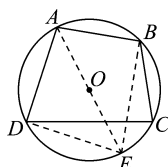
6. A 【解题思路】 $\because BD$ 平分 $\angle ABC, AF \perp BD, \therefore \angle ABE = \angle FBE, \angle AEB = \angle FEB = 90^\circ, \therefore BE = BE, \therefore \triangle ABE \cong \triangle FBE (\text{ASA}), \therefore BF = AB = 7, AE = EF, \therefore BC = 10, \therefore CF = 3, \therefore G$ 是 AC 的中点, E 是 AF 的中点, $\therefore EG = \frac{1}{2}CF = 1.5$.
 故选 A.

7. C 【解题思路】将函数 $y = 2x + 5$ 的图象向右平移 2 个单位长度得到直线 $y = 2x + 1$, 联立方程 $\begin{cases} y = -2x - 1, \\ y = 2x + 1, \end{cases}$ 解得

$\begin{cases} x = -\frac{1}{2}, \\ y = 0, \end{cases} \therefore$ 所求交点坐标为 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$. 故选 C.

8. A 【解题思路】 \because 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8, AD = 6, \therefore S_{\text{矩形}ABCD} = AB \cdot AD = 8 \times 6 = 48, \therefore EF \parallel AC$, 且 $EF = AC, \therefore$ 四边形 $ACFE$ 是平行四边形, $\therefore S_{\text{四边形}ACFE} = 2S_{\triangle ACD} = S_{\text{矩形}ABCD} = 48$. 故选 A.

9. A 【解题思路】如答图, 作直径 AE , 连接 $EB, DE, \therefore AE$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ABE = \angle ADE = 90^\circ, \therefore BE = \sqrt{AE^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8, \therefore CD = BE = 8, \therefore \widehat{CD} = \widehat{BE}, \therefore \widehat{DE} = \widehat{BC}, \therefore DE = BC = 7, \therefore AD = \sqrt{AE^2 - DE^2} = \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{51}$.
 故选 A.



第 9 题答图

10. C 【解题思路】解法一: \because 抛物线 $L: y = ax^2 - 2ax + 5 = a(x-1)^2 + 5 - a, \therefore$ 顶点 $A(1, 5-a), \therefore$ 抛物线 M 与抛物线 L 关于原点对称, \therefore 抛物线 M 与抛物线 L 的开口大小相同, 方向相反, 抛物线 M 的顶点为 $(-1, a-5), \therefore$ 抛物线 M 的表达式为 $y = -a(x+1)^2 + a-5, \therefore$ 抛物线 M 经过点 $B(1, a-1), \therefore a-1 = -4a + a-5$, 解得 $a = -1$. 故选 C.

解法二: \because 抛物线 M 与抛物线 $L: y = ax^2 - 2ax + 5$ 关于原点对称, \therefore 抛物线 M 的表达式为 $-y = a(-x)^2 - 2a(-x) + 5$, 即 $y = -ax^2 - 2ax - 5, \therefore$ 抛物线 M 经过点 $B(1, a-1), \therefore a-1 = -a-2a-5$, 解得 $a = -1$. 故选 C.

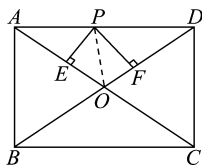
11. $xy(1+4y)(1-4y)$

12. 1:4 【解题思路】设 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = x, \therefore \angle AFE = 45^\circ, \therefore \angle AEF = 135^\circ - x, \therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle AED = 540^\circ, \therefore \angle AED = 540^\circ - 4x = 4(135^\circ - x), \therefore \angle AEF : \angle AED = 1 : 4$.

13. $y = -\frac{4}{x}$ 【解题思路】 \because 矩形 $ABCD$ 的两边 AD, AB 的长分别为 3, 8, $\therefore AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = 5, \therefore AF - AE = 2, \therefore AF = 7$, 设 $B(t, 0)$, 则 $F(t, 1), C(t+3, 0), \therefore E(t+3, 4), \therefore$ 点 E, F 在反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象上, $\therefore t = 4(t+3)$, 解得 $t = -4, \therefore F(-4, 1), \therefore m = -4 \times 1 = -4, \therefore$ 反比例函数的表达式是 $y = -\frac{4}{x}$.

14. $\frac{12}{5}$ 【解题思路】如答图, 连接 OP . \because 矩形 $ABCD$ 的两边 $AB = 3, BC = 4, \therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, S_{\text{矩形}ABCD} = AB \cdot BC = 12, \therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{4} S_{\text{矩形}ABCD} = 3, OA = OD = \frac{5}{2}, \therefore S_{\triangle AOD} = S_{\triangle AOP} + S_{\triangle DOP} = \frac{1}{2} OA \cdot PE + \frac{1}{2} OD \cdot PF = \frac{1}{2} OA (PE + PF) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} (PE + PF) = 3, \therefore PE +$

$$PF = \frac{12}{5}.$$



第 14 题答图

15. 解: ① 2

② 两边除以 $x-5$ 时, $x-5$ 可能为 0

正确的求解过程如下:

$$\because (x-5)^2 = 10-2x,$$

$$\therefore (x-5)^2 = -2(x-5),$$

$$\therefore (x-5)^2 + 2(x-5) = 0,$$

$$\text{则 } (x-5)(x-3) = 0,$$

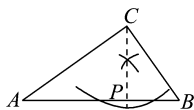
$$\therefore x-5=0 \text{ 或 } x-3=0,$$

$$\text{解得 } x_1=5, x_2=3.$$

$$\begin{aligned} 16. \text{ 解: 原式} &= \left[\frac{x^2}{x(x-2)} - \frac{x-2}{(x-2)^2} \right] \div \frac{x(x-1)}{(x+2)(x-2)} \\ &= \left(\frac{x}{x-2} - \frac{1}{x-2} \right) \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{x(x-1)} \\ &= \frac{x-1}{x-2} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{x(x-1)} \\ &= \frac{x+2}{x}. \end{aligned}$$

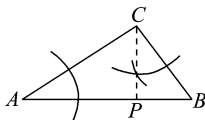
$$\text{当 } x=\sqrt{2} \text{ 时, 原式} = \frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}.$$

17. 解: 解法一: 如答图①, 点 P 即为所求.



第 17 题答图①

解法二: 如答图②, 点 P 即为所求.



第 17 题答图②

18. 证明: $\because AC=BC, \therefore \angle A=\angle B,$
 $\text{又 } \because BC=BD, \therefore AC=BD,$
 $\therefore \angle CDB=\angle A+\angle ACD=\angle CDE+\angle BDE, \angle CDE=\angle A,$
 $\therefore \angle ACD=\angle BDE.$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BDE$ 中,

$$\begin{cases} \angle A=\angle B, \\ AC=BD, \\ \angle ACD=\angle BDE, \end{cases}$$

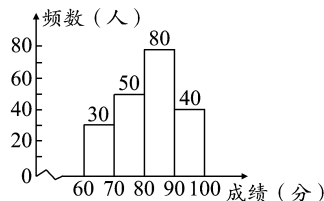
$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BDE (\text{ASA}),$$

$$\therefore CD=DE.$$

19. 解: (1) 所抽取的学生人数为 $30 \div 15\% = 200$ (人),
 成绩优秀的学生人数为 $200 \times 20\% = 40$ (人), 成绩合格的学生人数为 $200 - 30 - 80 - 40 = 50$ (人). 补全频数分布直方图

如答图.

所抽取的学生测试成绩的频数分布直方图



第 19 题答图

(2) 这部分学生的平均成绩至少是

$$\frac{30 \times 60 + 50 \times 70 + 80 \times 80 + 40 \times 90}{200} = 76.5 (\text{分}).$$

(3) 估计全校学生对我国航天事业的关注程度能达到良好

$$\text{及以上等级的人数有 } 1800 \times \frac{80+40}{200} = 1080 (\text{人}).$$

20. 解: 由题意可知,

$$BF=DB=2, \text{ 即 } \angle BDF=45^\circ,$$

$$\therefore DP=OP,$$

$$\therefore AE \perp CP, OP \perp CP,$$

$$\therefore AE \parallel OP,$$

$$\therefore \triangle CEA \sim \triangle COP, \text{ 即 } \frac{CA}{CP} = \frac{EA}{OP},$$

$$\text{设 } AP=x \text{ m}, OP=h \text{ m},$$

$$\text{则 } \frac{1}{x+1} = \frac{2}{h} \text{ ①},$$

$$DP=OP=2+4+x=h \text{ ②},$$

$$\text{联立 ①② 两式得 } x=4, h=10,$$

$$\therefore \text{路灯的高度为 } 10 \text{ m}.$$

21. 解: (1) 根据题意得, $y = 2000x + 1800(50-x) = 200x + 90000.$

$$(2) 200x + 90000 \leq 98000,$$

$$\text{解得 } x \leq 40,$$

$$\text{根据题意得, } W = (2500 - 2000)x + (2180 - 1800)(50 - x) = 120x + 19000,$$

$$\because 120 > 0,$$

$$\therefore W \text{ 随 } x \text{ 的增大而增大},$$

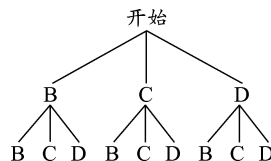
$$\therefore \text{当 } x=40 \text{ 时, } W \text{ 取得最大值},$$

$$\therefore W_{\text{最大}} = 120 \times 40 + 19000 = 23800 (\text{元}).$$

22. 解: (1) 若学生陈明第一次选一门课程, 学生陈明选中课程

$$D \text{ 的概率为 } \frac{1}{4}.$$

(2) 画树状图如答图:



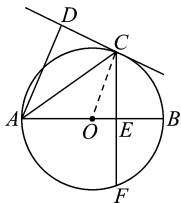
第 22 题答图

由树状图可知, 共有 9 种等可能出现的结果, 其中他们 2 人第二次同时选择书法或画画的有 2 种,

$$\therefore \text{他们 2 人第二次同时选择书法或画画的概率为 } \frac{2}{9}.$$

23. (1) 证明: 如答图, 连接 OC .

$\because CD$ 切 $\odot O$ 于点 C ,
 $\therefore \angle OCD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ACD + \angle ACO = 90^\circ$,
 $\because CF \perp AB$, $\therefore \angle AEC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ACF + \angle CAE = 90^\circ$,
 $\because OA = OC$, $\therefore \angle ACO = \angle CAE$,
 $\therefore \angle ACD = \angle ACF$, 即 AC 平分 $\angle DCF$.



第 23 题答图

(2) 解: $\because CF \perp AB$,

$$\therefore CE = \frac{1}{2}CF = 4,$$

设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OE = r - 2$,

在 $Rt\triangle OEC$ 中, $OC^2 = OE^2 + CE^2$, 即 $r^2 = (r - 2)^2 + 4^2$,

解得 $r = 5$, 即 $\odot O$ 半径的长为 5 cm.

24. 解: (1) 由题意得, 点 D 的坐标为 $(8, 0)$,

把点 A, D 的坐标代入 $y = ax^2 + bx + 4$ 得

$$\begin{cases} 4a - 2b + 4 = 0, \\ 64a + 8b + 4 = 0, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{4}, \\ b = \frac{3}{2}, \end{cases}$$

\therefore 抛物线表达式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4$.

(2) 存在,

$\because PA \perp PQ, BQ \perp x$ 轴,

$\therefore \angle APQ = \angle ABQ = 90^\circ$,

\therefore 在 $\triangle APQ$ 和 $\triangle ABQ$ 中, 点 P 和点 B 是对应点,

\therefore 以点 P, A, Q 为顶点的三角形与 $\triangle BAQ$ 全等只有两种情况:

设点 $P(0, c), Q(3, n) (c > 0)$,

$$\therefore AB = 5, BQ = |n|, PA = \sqrt{4 + c^2}, PQ = \sqrt{9 + (c - n)^2},$$

① $\triangle PAQ \cong \triangle BAQ$,

$\therefore PA = BA, PQ = BQ$,

$$\therefore \sqrt{4 + c^2} = 5,$$

解得 $c_1 = \sqrt{21}, c_2 = -\sqrt{21}$ (舍去),

$\therefore P(0, \sqrt{21})$;

② $\triangle PQA \cong \triangle BAQ$, $\therefore PA = BQ, PQ = BA$,

$$\therefore \sqrt{4 + c^2} = |n|, \sqrt{9 + (c - n)^2} = 5,$$

$$\text{解得} \begin{cases} c_1 = \frac{3}{2}, \\ n_1 = -\frac{5}{2}, \end{cases} \begin{cases} c_2 = -\frac{3}{2}, \\ n_2 = \frac{5}{2}, \end{cases} \quad (\text{舍去}).$$

$$\therefore P\left(0, \frac{3}{2}\right).$$

综上所述, 满足条件的点 P 坐标为 $(0, \sqrt{21})$ 或 $\left(0, \frac{3}{2}\right)$.

25. 解: (1) 63°

(2) $\because AD \parallel BC$, $\therefore \angle ECB' = \angle FAD'$,

由折叠性质可得, $\angle B = \angle AB'E = 90^\circ, \angle D = \angle CD'F = 90^\circ$,

$AB = AB' = CD = CD'$,

$\therefore \angle CB'E = \angle AD'F = 90^\circ, CB' = AD'$.

在 $\triangle CB'E$ 和 $\triangle AD'F$ 中,

$$\begin{cases} \angle ECB' = \angle FAD', \\ CB' = AD', \\ \angle CB'E = \angle AD'F, \end{cases}$$

$\therefore \triangle CB'E \cong \triangle AD'F$ (ASA),

$\therefore D'F = B'E$.

(3) 如答图, 连接 BB' .

由折叠性质可得, $BM = B'M$,

$\therefore \angle MBB' = \angle MB'B$,

$\because M$ 是 BE 的中点,

$\therefore BM = ME$,

$\therefore ME = MB'$,

$\therefore \angle MEB' = \angle MB'E$,

又 $\because \angle MEB' + \angle MB'E + \angle MB'B + \angle MBB' = 180^\circ$,

$\therefore \angle MB'E + \angle MB'B = 90^\circ$, 即 $\angle BB'C = 90^\circ$,

$\therefore \angle BB'N + \angle CB'N = 90^\circ, \angle B'BN + \angle B'CN = 90^\circ$,

由折叠性质可得, $BN = B'N$,

$\therefore \angle BB'N = \angle B'BN, \therefore \angle CB'N = \angle B'CN$,

$\therefore NC = NB', \therefore BN = CN$, 即 N 是 BC 的中点,

$$\therefore S_{\triangle BB'N} = \frac{1}{2} S_{\triangle BB'C},$$

$$\because M \text{ 是 } BE \text{ 的中点}, \therefore S_{\triangle BB'M} = \frac{1}{2} S_{\triangle BB'E},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } BMB'N} = \frac{1}{2} S_{\triangle BB'C},$$

\because 在长方形 $ABCD$ 中, $AB = 6, BC = 8$, 对角线 $AC = 10$,

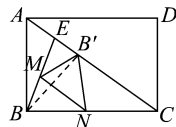
$$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} AC \cdot BB',$$

$$\text{即 } BB' = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8,$$

又 $\because CE = CB = 8, BB' \perp AC$,

$$\therefore S_{\triangle BB'C} = \frac{1}{2} CE \cdot BB' = \frac{1}{2} \times 8 \times 4.8 = 19.2,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } BMB'N} = \frac{1}{2} \times 19.2 = 9.6.$$



第 25 题答图

【解题思路】(1) $\because \angle B = 90^\circ, \angle ACB = 36^\circ$, \therefore 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 54^\circ$, 由折叠性质可得, $\angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAC = 27^\circ$, $\therefore \angle BAD = 90^\circ$, $\therefore \angle EAD = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$.