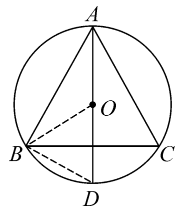
2021 年云南省初中学业水平考试
数学参考答案

1. C **2.** B **3.** C **4.** D **5.** D **6.** A

7. B 【解析】连接 OB，BD，如答图. ∵$\triangle ABC$为等边三角形，∴$\angle C=60°$，∴$\angle D=\angle C=60°$，∵$OB=OD$，∴$\triangle BOD$是等边三角形，∴$\angle BOD=60°$，∵半径 $OA=3$，∴劣弧 BD 的长为$\frac{60\pi\times3}{180}=\pi$. 故选 B.

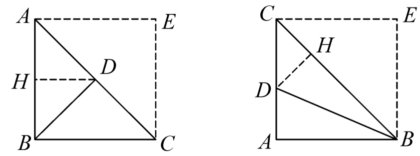


第 7 题答图

8. C 【解析】A. 单独生产 B 型帐篷所需天数为$\frac{20\ 000\times30\%}{1\ 500}=4$(天)，单独生产 C 型帐篷所需天数为$\frac{20\ 000\times15\%}{3\ 000}=1$(天)，∴单独生产 B 型帐篷的天数是单独生产 C 型帐篷天数的 4 倍，此选项错误；B. 单独生产 A 型帐篷所需天数为$\frac{20\ 000\times45\%}{4\ 500}=2$(天)，∴单独生产 B 型帐篷的天数是单独生产 A 型帐篷天数的 2 倍，此选项错误；C. 单独生产 D 型帐篷所需天数为$\frac{20\ 000\times10\%}{1\ 000}=2$(天)，∴单独生产 A 型帐篷与单独生产 D 型帐篷的天数相等，此选项正确；D. 由条形统计图可得每天单独生产 A 型帐篷的数量最多，此选项错误. 故选 C.

9. -3 **10.** $y=-\frac{2}{x}$ **11.** 3π **12.** 9 **13.** $x(x+2)(x-2)$

14. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$或 3 或 $6\sqrt{2}-6$ 或 $6-3\sqrt{2}$ 【解析】当点 B 为直角顶点时，过点 D 作 $DH\perp AB$ 于 H，如答图①. ∵$\triangle ABC$ 的三个顶点都是同一个正方形的顶点，$\angle ABC$ 的平分线与线段 AC 交于点 D，∴$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$\angle ABD=\angle ADH=45°$，$AD=CD=\frac{1}{2}AC$，∴$\triangle AHD$ 和$\triangle BHD$ 是等腰直角三角形，∴$AH=DH=BH$，∴$DH=\frac{1}{2}BC$，若 $AC=6$，则 $BC=AC\cdot\cos45°=3\sqrt{2}$，此时 $DH=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，即点 D 到直线 AB 的距离为$\frac{3\sqrt{2}}{2}$；若 $AB=BC=6$，则 $DH=\frac{1}{2}BC=3$，即点 D 到直线 AB 的距离为 3；当点 B 不是直角顶点时，过点 D 作 $DH\perp BC$ 于 H，如答图②. ∵$\triangle ABC$ 的三个顶点都是同一个正方形的顶点，$\angle ABC$ 的平分线与线段 AC 交于点 D，∴$\triangle CDH$是等腰直角三角，$AD=DH=CH$，在$\triangle ABD$ 和$\triangle HBD$ 中，$\begin{cases}\angle ABD=\angle HBD,\\ \angle A=\angle DHB,\\ BD=BD,\end{cases}$ ∴$\triangle ABD\cong\triangle HBD$ (AAS)，∴$AB=BH$，若 $AB=AC=6$，则 $BH=6$，$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=6\sqrt{2}$，∴$CH=BC-BH=6\sqrt{2}-6$，∴$AD=6\sqrt{2}-6$，即此时点 D 到直线 AB 的距离为 $6\sqrt{2}-6$；若 $BC=6$，则 $AB=BC\cdot\cos45°=3\sqrt{2}$，∴$BH=3\sqrt{2}$，∴$CH=6-3\sqrt{2}$，∴$AD=6-3\sqrt{2}$，即此时点 D 到直线 AB 的距离为 $6-3\sqrt{2}$；综上所述. 点 D 到直线 AB 的距离为$\frac{3\sqrt{2}}{2}$或 3 或 $6\sqrt{2}-6$ 或 $6-3\sqrt{2}$.



图①　图②

第 14 题答图

15. 解：原式$=9+\frac{1}{2}+1-\frac{1}{2}-4$

$=6$.

16. 证明：在$\triangle CDA$ 和$\triangle DCB$ 中，

$\begin{cases}AD=BC,\\ AC=BD,\\ DC=CD,\end{cases}$

∴$\triangle CDA\cong\triangle DCB$(SSS)，

∴$\angle DAC=\angle CBD$.

17. 解：(1)方案三

(2)①$80\leqslant x<90$ ②626

18. 解：设每间 B 客房租金为 x 元，则每间 A 客房租金为$(x+40)$元，

根据题意可得$\frac{2\ 000}{x+40}=\frac{1\ 600}{x}$，

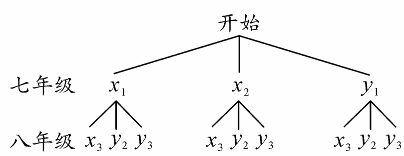
解得 $x=160$，

经检验：$x=160$ 是原分式方程的解，且符合实际，

∴$x+40=200$.

答：每间 A 客房租金为 200 元，每间 B 客房租金为 160 元.

19. 解：(1)画树状图如答图.



第 19 题答图

出现的代表队共有 9 种等可能的结果.

(2)由(1)可知，共有 9 种等可能的结果，其中一男一女的结果有 5 种，

∴选出的代表队中的两名同学恰好是一名男生和一名女生的概率为$\frac{5}{9}$.

20. (1)证明：将$\triangle BED$ 沿 BD 折叠，使 E，F 重合，

∴$OE=OF$，$EF\perp BD$.

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$\angle C=90°$，$AD\parallel BC$，

∴$\angle ODE=\angle OBF$.

在$\triangle OBF$和$\triangle ODE$中，

$\begin{cases}\angle OBF=\angle ODE,\\ \angle BOF=\angle DOE,\\ OF=OE,\end{cases}$

$\therefore \triangle OBF \cong \triangle ODE(\text{AAS})$，

$\therefore OB=OD$.

$\because OE=OF$，

∴四边形 $BEDF$ 是平行四边形.

$\because EF\perp BD$，

∴四边形 $BEDF$ 是菱形.

(2)**解**：$\because AB\cdot AD=3\sqrt{3}$，$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot AD=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

$\because ED=2AE$，$\therefore ED=\frac{2}{3}AD$，

$\therefore S_{\triangle BDE}:S_{\triangle ABD}=2:3$，$\therefore S_{\triangle BDE}=\sqrt{3}$，

∴菱形 $BEDF$ 的面积为$\frac{1}{2}EF\cdot BD=2S_{\triangle BDE}=2\sqrt{3}$，

$\therefore EF\cdot BD=4\sqrt{3}$.

21. 解：(1)设 $y_1=k_1x$，根据题意得 $40k_1=1\ 200$，

解得 $k_1=30$，

$\therefore y_1=30x(x\geqslant 0)$.

设 $y_2=k_2x+b$，

根据题意，得$\begin{cases}40k_2+b=1\ 200,\\ b=800,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}k_2=10,\\ b=800,\end{cases}$

$\therefore y_2=10x+800(x\geqslant 0)$.

(2)当 $x=70$ 时，

$y_1=30\times 70=2100>2000$；

$y_2=10\times 70+800=1500<2000$.

∴这个公司采用了方案一给这名销售人员付 3 月份的工资.

22. (1)**证明**：如答图，连接 OC，

$\because OC=OB$，$\therefore \angle OCB=\angle OBC$.

$\because \angle ABC=\angle DCA$，$\therefore \angle OCB=\angle DCA$.

又$\because AB$ 是$\odot O$ 的直径，$\therefore \angle ACB=90^\circ$，

$\therefore \angle ACO+\angle OCB=90^\circ$，

$\therefore \angle DCA+\angle ACO=90^\circ$，

即$\angle DCO=90^\circ$，$\therefore DC\perp OC$.

$\because OC$ 是$\odot O$ 的半径，

$\therefore DC$ 是$\odot O$ 的切线.

(2)**解**：$\because \frac{OA}{OD}=\frac{2}{3}$，且 $OA=OB$，

设 $OA=OB=2x$，则 $OD=3x$，

$\therefore DB=OD+OB=5x$，

$\therefore \frac{OD}{DB}=\frac{3}{5}$，

又$\because BE\perp DC$，$DC\perp OC$，

$\therefore OC\parallel BE$，

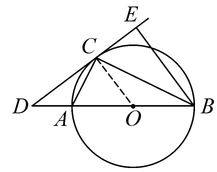
$\therefore \triangle DCO\backsim\triangle DEB$，

$\therefore \frac{OC}{BE}=\frac{OD}{DB}=\frac{3}{5}$.

$\because BE=3$，$\therefore OC=\frac{9}{5}$，

$\therefore 2x=\frac{9}{5}$，$\therefore x=\frac{9}{10}$，

$\therefore AD=OD-OA=x=\frac{9}{10}$.



第 22 题答图

23. (1)**解**：$\because y=-2x^2+bx+c$ 经过点$(0,-2)$，当 $x<-4$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $x>-4$ 时，y 随 x 的增大而减小，即抛物线的对称轴为直线 $x=-4$，

$\therefore\begin{cases}-\frac{b}{-4}=-4,\\ c=-2,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}b=-16,\\ c=-2.\end{cases}$

(2)**证明**：由(1)得抛物线的解析式为 $y=-2x^2-16x-2$，

$\because r$ 是抛物线 $y=-2x^2-16x-2$ 与 x 轴的交点的横坐标，

$\therefore 2r^2+16r+2=0$，$\therefore r^2+8r+1=0$，

$\therefore r^2+1=-8r$，$\therefore (r^2+1)^2=(-8r)^2$，

$\therefore r^4+2r^2+1=64r^2$，$\therefore r^4-2r^2+1=60r^2$.

(3)$m>1$ 正确.

证明：由(2)知 $r^4-2r^2+1=60r^2$；

$\therefore r^4-62r^2+1=0$，

$\therefore r^7-62r^5+r^3=0$，

而 $m-1=\frac{r^9+r^7-2r^5+r^3+r-1}{r^9+60r^5-1}-1$

$=\frac{r^9+r^7-2r^5+r^3+r-1-(r^9+60r^5-1)}{r^9+60r^5-1}$

$=\frac{r^7-62r^5+r^3+r}{r^9+60r^5-1}$

$=\frac{r}{r^9+60r^5-1}$，

由(2)知 $r^2+8r+1=0$，

$\therefore 8r=-r^2-1$，

$\because -r^2-1<0$，

$\therefore 8r<0$，即 $r<0$，

$\therefore r^9+60r^5-1<0$，

$\therefore \frac{r}{r^9+60r^5-1}>0$，

即 $m-1>0$，

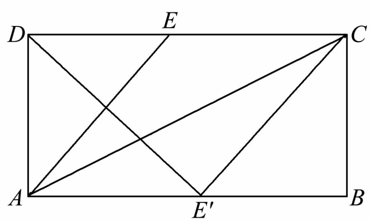
$\therefore m>1$.

2020 年云南省初中学业水平考试
数学参考答案

1. -8 **2.** 54 **3.** $x\geqslant 2$ **4.** -3 **5.** 1

6. $\frac{2\sqrt{34}}{3}$或$\frac{8}{3}$ 【**解析**】如答图，$\because$四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore CD=AB=6$，$AD=BC$，$\angle ABC=\angle ADC=90^\circ$，$\therefore BC=$

$\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{(2\sqrt{10})^2-6^2}=2$，∴$AD=2$，当点 E 在 CD 上时，∵$AE^2=DE^2+AD^2=EC^2$，∴$(6-DE)^2=DE^2+2^2$，解得 $DE=\frac{8}{3}$；当点 E' 在 AB 上时，∵$CE'^2=BE'^2+BC^2=AE'^2$，∴$AE'^2=(6-AE')^2+2^2$，∴$AE'=\frac{10}{3}$，∴$DE'=\sqrt{AD^2+AE'^2}=\sqrt{2^2+\left(\frac{10}{3}\right)^2}=\frac{2\sqrt{34}}{3}$. 综上所述，$DE$ 的长是 $\frac{2\sqrt{34}}{3}$ 或 $\frac{8}{3}$.



第 6 题答图

7. C　**8.** A　**9.** D　**10.** C

11. B 【解析】∵平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，∴点 O 为线段 BD 的中点. 又∵点 E 是 CD 的中点，∴线段 OE 为△DBC 的中位线，∴$OE\parallel BC$，$OE=\frac{1}{2}BC$，∴△DOE∽△DBC，∴$\frac{S_{\triangle DOE}}{S_{\triangle DBC}}=\left(\frac{OE}{BC}\right)^2=\frac{1}{4}$. 故选 B.

12. A 【解析】∵$a=(-2)^{1-1}a$，$-2a=(-2)^{2-1}a$，$4a=(-2)^{3-1}a$，$-8a=(-2)^{4-1}a$，$16a=(-2)^{5-1}a$，$-32a=(-2)^{6-1}a$，…，由此规律可知，第 n 个单项式为 $(-2)^{n-1}a$. 故选 A.

13. D 【解析】设圆锥的底面圆的半径为 r，由题意得 $AD=AE=4$，$\angle DAE=45°$，底面圆的周长等于弧长，∴$2\pi r=\frac{45\times\pi\times4}{180}$，解得 $r=\frac{1}{2}$. ∴该圆锥的底面圆的半径是 $\frac{1}{2}$. 故选 D.

14. B 【解析】解不等式组，得 $\frac{a+1}{3}<x\leqslant25$，∵不等式组有且只有 45 个整数解，∴$-20\leqslant\frac{a+1}{3}<-19$，解得 $-61\leqslant a<-58$，∵关于 y 的方程 $\frac{2y+a+2}{y+1}+\frac{60}{1+y}=1$ 的解为 $y=-a-61$，$y\leqslant0$，∴$-a-61\leqslant0$，解得 $a\geqslant-61$，∵$y+1\neq0$，∴$y\neq-1$，∴$a\neq-60$，则 a 的值为 -61 或 -59. 故选 B.

15. 解： 原式 $=\frac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)}\div\frac{x(x-2)}{x+2}$

$=\frac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)}\cdot\frac{x+2}{x(x-2)}$

$=\frac{1}{x}$，

当 $x=\frac{1}{2}$ 时，原式 $=2$.

16. 证明： 在△ADB 和△BCA 中，

$\begin{cases}AD=BC,\\BD=AC,\\AB=BA,\end{cases}$

∴△ADB≌△BCA(SSS)，

∴$\angle ADB=\angle BCA$.

17. 解： (1)2 700　1 900　1 800

(2)经理或副经理

【解析】(1)平均数 $k=(7\,000+4\,400+2\,400+2\,000+1\,900+1\,800\times3+1\,200)\div9=2\,700$，9 个数据从大到小排列后，第 5 个数据是 1 900，所以中位数 $m=1\,900$，1 800 出现了三次，次数最多，所以众数 $n=1\,800$.

(2)由题意可知，辞职的那名员工工资高于 2 700 元，所以辞职的那名员工可能是经理或副经理.

18. 解： 设原计划每年绿化升级改造的面积是 x 万平方米，则实际每年绿化升级改造的面积是 $2x$ 万平方米，根据题意，得 $\frac{360}{x}-\frac{360}{2x}=4$，

解得 $x=45$，

经检验，$x=45$ 是原分式方程的根，

则 $2x=2\times45=90$.

答：实际平均每年绿化升级改造的面积是 90 万平方米.

19. 解： (1)甲家庭选择到大理旅游的概率为 $\frac{1}{3}$.

(2)记到大理、丽江、西双版纳三个城市旅游分别为 A，B，C，

列表得：

	A	B	C
A	(A，A)	(A，B)	(A，C)
B	(B，A)	(B，B)	(B，C)
C	(C，A)	(C，B)	(C，C)

由上表可知，共有 9 种等可能出现的结果，其中甲、乙两个家庭选择到上述三个城市中的同一个城市旅游的结果有 3 种，

∴甲、乙两个家庭选择到上述三个城市中的同一个城市旅游的概率 $P=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

20. (1)**证明：** 如答图，连接 OC.

∵$OA=OC$，∴$\angle OAC=\angle OCA$，

∵AC 平分 $\angle DAB$，∴$\angle CAD=\angle CAB$，

∴$\angle DAC=\angle ACO$，∴$AD\parallel OC$，

∵$AD\perp DE$，∴$OC\perp DE$ 于点 C，

∵OC 是⊙O 的半径，

∴直线 CE 是⊙O 的切线.

(2)**解：** 如答图，连接 BC.

∵AB 为⊙O 的直径，∴$\angle ACB=90°$，

∴$\angle ADC=\angle ACB$，

∵$\angle DAC=\angle CAB$，∴△DAC∽△CAB，

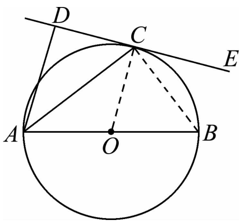
$\therefore \frac{AD}{AC}=\frac{AC}{AB}$,

$\because \cos\angle CAB=\frac{AC}{AB}=\frac{4}{5}$,

$\therefore$设 $AC=4x$,则 $AB=5x$,

$\therefore \frac{4}{4x}=\frac{4x}{5x}$,$\therefore x=\frac{5}{4}$,

$\therefore AB=\frac{5}{4}\times5=\frac{25}{4}$.



第 20 题答图

21. 解:(1)设大货车、小货车各有 x 与 y 辆,

由题意可知$\begin{cases}15x+10y=260,\\x+y=20,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=12,\\y=8.\end{cases}$

答:大货车有 12 辆,小货车有 8 辆.

(2)设到 A 地的大货车有 x 辆,

则到 A 地的小货车有$(10-x)$辆,

到 B 地的大货车有$(12-x)$辆,

到 B 地的小货车有$(x-2)$辆,

$\therefore y=900x+500\times(10-x)+1\,000\times(12-x)+700\times(x-2)$

$=100x+15\,600(2<x<10)$.

(3)运往 A 地的物资共有$[15x+10(10-x)]$吨,由题意得 $15x+10(10-x)\geqslant140$,

解得 $x\geqslant8$,

$\therefore 8\leqslant x<10$,

$\because 100>0$,

$\therefore$当 $x=8$ 时,y 有最小值,

此时 $y=100\times8+15\,600=16\,400$.

答:总运费最小值为 16 400 元.

22. (1)**证明:**$\because$四边形 $ABCD$ 是菱形,$\angle BAD=60°$,

$\therefore \angle EAC=\angle FAC=30°$,

又$\because CE\perp AB$,$CF\perp AD$,

$\therefore CE=CF=\frac{1}{2}AC$,

$\because$点 H 为对角线 AC 的中点,

$\therefore EH=FH=\frac{1}{2}AC$,

$\therefore CE=CF=EH=FH$,

$\therefore$四边形 $CEHF$ 是菱形.

(2)**解:**$\because CE\perp AB$,$CE=4$,$\triangle ACE$ 的面积为 16,

$\therefore AE=\frac{2\times16}{4}=8$,

$\therefore AC=\sqrt{CE^2+AE^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$,

如答图,连接 BD,则 $BD\perp AC$,$AH=\frac{1}{2}AC=2\sqrt{5}$,

$\because$点 H 为对角线 AC 的中点,

$\therefore D$,H,B 三点在同一直线上,

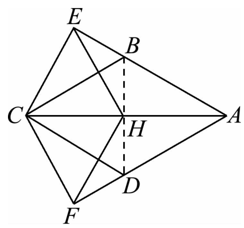
$\because \angle AHB=\angle AEC=90°$,$\angle BAH=\angle CAE$,

$\therefore \triangle ABH\backsim\triangle ACE$,

$\therefore \frac{BH}{CE}=\frac{AH}{AE}$,$\therefore \frac{BH}{4}=\frac{2\sqrt{5}}{8}$,

$\therefore BH=\sqrt{5}$,$\therefore BD=2BH=2\sqrt{5}$,

$\therefore$菱形 $ABCD$ 的面积为$\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=20$.



第 22 题答图

23. 解:(1)把 A,C 点的坐标代入抛物线的解析式得

$\begin{cases}1-b+c=0,\\c=-3,\end{cases}$解得$\begin{cases}b=-2,\\c=-3.\end{cases}$

(2)如答图①,直线 BC 与抛物线的对称轴交于点 F,连接 AF,

则 $AF=BF$,此时,$AF+CF$ 的值最小,最小值为 BC 长.

$\because AC$ 为定值,

$\therefore$此时$\triangle ACF$ 的周长最小,

由(1)知,$b=-2$,$c=-3$,

$\therefore$抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$,

$\therefore$抛物线对称轴为直线 $x=1$,

令 $y=0$,得 $y=x^2-2x-3=0$,

解得 $x_1=-1$,$x_2=3$,

$\therefore B(3,0)$,

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+n(k\neq0)$,将 $B(3,0)$,$C(0,-3)$代入得

$\begin{cases}3k+n=0,\\n=-3,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=1,\\n=-3,\end{cases}$

$\therefore$直线 BC 的解析式为 $y=x-3$,

当 $x=1$ 时,$y=x-3=-2$,

$\therefore F(1,-2)$.

(3)设 $P(m,m^2-2m-3)(m>3)$,如答图②,过点 P 作 $PH\perp BC$ 于点 H,过点 D 作 $DG\perp BC$ 于点 G,

则 $PH=5DG$,$E(m,m-3)$,

$\therefore PE=m^2-2m-3-(m-3)=m^2-3m$,$DE=m-3$,

$\because \angle PHE=\angle DGE=90°$,$\angle PEH=\angle DEG$,

$\therefore \triangle PEH\backsim\triangle DEG$,

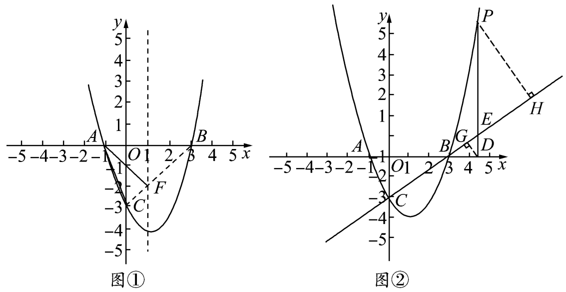
$\therefore \frac{PE}{DE}=\frac{PH}{DG}=5$,$\therefore \frac{m^2-3m}{m-3}=5$,

解得 $m_1=3$(舍去),$m_2=5$,

$\therefore$点 P 的坐标为 $P(5,12)$.

$\therefore$存在点 P,使点 P 到直线 BC 的距离是点 D 到直线

BC 的距离的 5 倍，其坐标为(5,12).

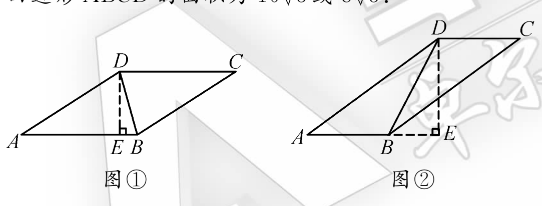


第 23 题答图

2019 年云南省初中学业水平考试
数学参考答案

1. -6　**2.** $(x-1)^2$　**3.** 140　**4.** 15　**5.** 甲班

6. $16\sqrt{3}$ 或 $8\sqrt{3}$　【解析】如答图①，过点 D 作 $DE\perp AB$ 于点 E，在 Rt$\triangle ADE$ 中，$\because\angle A=30°$，$AD=4\sqrt{3}$，$\therefore DE=\frac{1}{2}AD=2\sqrt{3}$，$AE=\frac{\sqrt{3}}{2}AD=6$. 在 Rt$\triangle BDE$ 中，$\because BD=4$，$\therefore BE=\sqrt{BD^2-DE^2}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$. $\therefore AB=AE+BE=8$. $\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 的面积为 $AB\cdot DE=8\times2\sqrt{3}=16\sqrt{3}$. 如答图②，过点 D 作 $DE\perp AB$ 的延长线于点 E，$DE=AD\cdot\sin 30°=2\sqrt{3}$，则 $AE=\sqrt{AD^2-DE^2}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2}=6$，$BE=\sqrt{BD^2-DE^2}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$，$\therefore AB=AE-BE=4$，$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 的面积为 $AB\cdot DE=4\times2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$. 综上所述，平行四边形 $ABCD$ 的面积为 $16\sqrt{3}$ 或 $8\sqrt{3}$.



第 6 题答图

7. B　**8.** C　**9.** D　**10.** B

11. A　【解析】由题意知，圆锥的侧面积为 $\frac{1}{2}\pi r^2=\frac{1}{2}\times\pi\times8^2=32\pi$，底面圆的半径为 $\frac{2\pi\times8}{2}\div2\pi=4$，底面积为 $\pi\times4^2=16\pi$，故圆锥的全面积是为 $32\pi+16\pi=48\pi$. 故选 A.

12. C　【解析】$\because x^3=(-1)^{1-1}x^{2\times1+1}$，$-x^5=(-1)^{2-1}x^{2\times2+1}$，$x^7=(-1)^{3-1}x^{2\times3+1}$，$-x^9=(-1)^{4-1}x^{2\times4+1}$，$x^{11}=(-1)^{5-1}x^{2\times5+1}$，…，由上可知，第 n 个单项式是 $(-1)^{n-1}x^{2n+1}$. 故选 C.

13. A　【解析】$\because AB=5$，$BC=13$，$CA=12$，$\therefore AB^2+CA^2=BC^2$，$\therefore\triangle ABC$ 为直角三角形，$\angle A=90°$. $\because AB$，AC 与 $\odot O$ 分别相切于点 F，E，$\therefore OF\perp AB$，$OE\perp AC$，$\therefore$ 四边形 $AEOF$ 为正方形. 设 $OE=r$，则 $AE=AF=r$，$\because\triangle ABC$ 的内切圆 $\odot O$ 与 BC，CA，AB 分别相切于点 D，E，F，$\therefore BD=BF=5-r$，$CD=CE=12-r$. $\therefore 5-r+12-r=13$. $\therefore r=\frac{5+12-13}{2}=2$. $\therefore$ 阴影部分(即四边形 $AEOF$)的面积是 $2\times2=4$. 故选 A.

14. D　【解析】解关于 x 的不等式组 $\begin{cases}2(x-1)>2,\\a-x<0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x>2,\\x>a,\end{cases}$ $\because$ 其解集为 $x>a$，$\therefore a\geqslant2$. 故选 D.

15. 解： 原式 $=9+1-2-1$

$=10-3$

$=7$.

16. 证明： 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中，

$\begin{cases}AB=AD,\\CB=CD,\\AC=AC,\end{cases}$

$\therefore\triangle ABC\cong\triangle ADC(\text{SSS})$，

$\therefore\angle B=\angle D$.

17. 解： (1) 278　180　90

(2) 如果想让一半左右的营业员都能达到月销售目标，平均数、中位数、众数中，中位数最适合作为月销售目标.

理由如下：

在这 15 人中，月销售额不低于 278 件(平均数)的有 2 人，月销售额不低于 180 件(中位数)的有 8 人，月销售额不低于 90 件的有 15 人(众数). 所以如果想让一半左右的营销人员都能够达到月销售目标，(1)中的平均数、中位数、众数中，中位数最适合作为月销售目标.

18. 解： 设甲学校师生所乘大巴车的平均速度为 x 千米/小时，则乙学校师生所乘大巴车的平均速度为 $1.5x$ 千米/小时，

由题意得 $\frac{240}{x}-\frac{270}{1.5x}=1$.

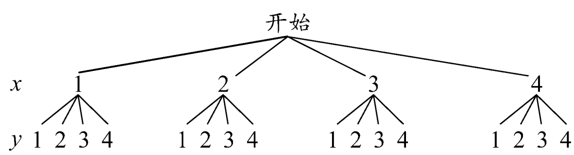
解得 $x=60$，

经检验，$x=60$ 是原方程的解，

则 $1.5x=90$.

答：甲、乙两所学校师生所乘大巴车的平均速度分别为 60 千米/小时、90 千米/小时.

19. 解： (1) 画树状图如答图，共有 16 种等可能的结果.



第 19 题答图

(2) $\because x+y$ 为奇数的结果数为 8，$x+y$ 为偶数的结果数为 8，

$\therefore$ 甲获胜的概率为 $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$，乙获胜的概率为 $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$，

$\therefore$ 甲获胜的概率 $=$ 乙获胜的概率，

∴这个游戏对双方公平.

20. (1)**证明**:∵$AO=OC$,$BO=OD$,

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

∵$\angle AOB=\angle DAO+\angle ADO=2\angle OAD$,

∴$\angle DAO=\angle ADO$,

∴$AO=DO$,∴$AC=BD$.

∴四边形 $ABCD$ 是矩形.

(2)**解**:∵四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴$AB\parallel CD$.

∴$\angle ABO=\angle CDO$.

∵$\angle AOB:\angle ODC=4:3$,

∴$\angle AOB:\angle ABO=4:3$.

∴$\angle BAO:\angle AOB:\angle ABO=3:4:3$.

∴$\angle ABO=54^\circ$.

∵$\angle BAD=90^\circ$,

∴$\angle ADO=90^\circ-54^\circ=36^\circ$.

21. **解**:(1)∵抛物线 $y=x^2+(k^2+k-6)x+3k$ 的对称轴是 y 轴,

∴$k^2+k-6=0$,解得 $k_1=-3$,$k_2=2$.

又∵抛物线 $y=x^2+(k^2+k-6)x+3k$ 与 x 轴有两个交点,

∴$-12k>0$,∴$k<0$.

∴$k=-3$.

(2)由(1)得抛物线的关系式为 $y=x^2-9$.∵点 P 在抛物线 $y=x^2-9$ 的图象上,且点 P 到 y 轴的距离是 2,

∴点 P 的横坐标为 2 或 -2.

当 $x=2$ 时,$y=-5$;当 $x=-2$ 时,$y=-5$.

∴$P(2,-5)$或 $P(-2,-5)$.

22. **解**:(1)当 $6\leqslant x\leqslant 10$ 时,设 y 与 x 的函数解析式为 $y=kx+b(k\neq 0)$,

根据题意得$\begin{cases}1\ 000=6k+b,\\200=10k+b,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-200,\\b=2\ 200,\end{cases}$

∴$y=-200x+2\ 200$,

当 $10<x\leqslant 12$ 时,$y=200$.

∴y 与 x 的函数解析式为

$y=\begin{cases}-200x+2\ 200,(6\leqslant x\leqslant 10)\\200.(10\leqslant x\leqslant 12)\end{cases}$

(2)由已知得 $W=(x-6)y$,

当 $6\leqslant x\leqslant 10$ 时,

$W=(x-6)(-200x+2\ 200)=-200\left(x-\dfrac{17}{2}\right)^2+1\ 250$,

∵$-200<0$,抛物线的开口向下,

∴当 $x=\dfrac{17}{2}$时,W 取最大值,

此时 $W=1\ 250$(元).

当 $10<x\leqslant 12$ 时,$W=(x-6)\times 200=200x-1\ 200$,

∵y 随 x 的增大而增大,

∴$x=12$ 时,W 取得最大值,

$W=200\times 12-1\ 200=1\ 200$(元).

综上所述,当销售价格为 8.5 元时,取得最大利润,最大利润为 1 250 元.

23. (1)**证明**:∵$DE^2=DB\cdot DA$,

∴$\dfrac{DB}{DE}=\dfrac{DE}{DA}$,

∵$\angle BDE=\angle EDA$,

∴$\triangle DEB\backsim\triangle DAE$.

(2)**解**:∵$\triangle DEB\backsim\triangle DAE$,

∴设$\angle DEB=\angle DAE=\alpha$.

∵AB 是$\odot C$ 的直径,

∴$\angle AEB=90^\circ$.

又∵$AE=EF$,

∴$AB=BF=10$.

∴$\angle BFE=\angle BAE=\angle DEB=\alpha$.

∵$\angle BFE+\angle FBE=90^\circ$,

∴$\angle FBE+\angle DEB=90^\circ$,

如答图,则 $BF\perp ED$ 于点 H,

∵$\cos\angle BED=\dfrac{4}{5}$,则 $AE=8$,$BE=6$,

∴$\dfrac{DE}{DA}=\dfrac{EB}{AE}=\dfrac{DB}{DE}$,即:$\dfrac{DE}{10+BD}=\dfrac{6}{8}=\dfrac{DB}{DE}$,

解得 $BD=\dfrac{90}{7}$,$DE=\dfrac{120}{7}$.

则 $DA=AB+BD=\dfrac{160}{7}$.

(3)**解**:如答图,连接 FM.

∵$BE\perp AF$,即$\angle BEF=90^\circ$,

∴BF 是 B,E,F 三点确定的圆的直径,

∵点 F 在 B,E,M 三点确定的圆上,即点 F,E,B,M 在同一个圆上,

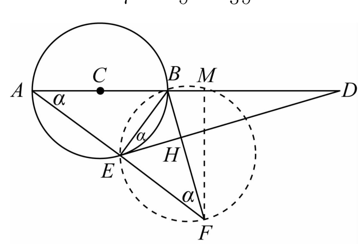
∴点 M 在以 BF 为直径的圆上,

∴$FM\perp AB$ 于点 M.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AMF$ 中,由 $\cos\angle FAM=\dfrac{AM}{AF}$得

$AM=AF\cdot\cos\angle FAM=2AE\cdot\cos\angle BAE=2\times 8\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{64}{5}$,

∴$MD=DA-AM=\dfrac{160}{7}-\dfrac{64}{5}=\dfrac{352}{35}$.

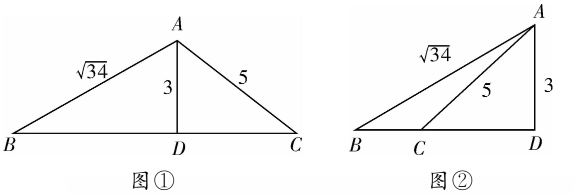


第 23 题答图

2018年云南省初中学业水平考试
数学参考答案

1. 1　**2.** 2　**3.** 3.451×10^{3}　**4.** $(x+2)(x-2)$　**5.** $\frac{1}{4}$

6. 9或1　【解析】有两种情况:(1)如答图①,∵AD是$\triangle ABC$的高,∴$\angle ADB=\angle ADC=90^\circ$,由勾股定理得$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{(\sqrt{34})^2-3^2}=5$,$CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$,∴$BC=BD+CD=5+4=9$;(2)如答图②,同理得$CD=4$,$BD=5$,∴$BC=BD-CD=5-4=1$.综上所述,$BC$的长为9或1.



第6题答图

7. B　**8.** D　**9.** A　**10.** C　**11.** B　**12.** A

13. D　【解析】抽取的总人数为$6+10+16+18=50$(人),A选项正确;"非常了解"的人数占抽取的学生人数的$\frac{6}{50}\times100\%=12\%$,B选项正确;$\alpha=360^\circ\times\frac{10}{50}=72^\circ$,C选项正确;全校"不了解"的人数估计有$1\,300\times\frac{18}{50}=468$(人),D选项错误.故选D.

14. C　【解析】把$x+\frac{1}{x}=6$两边平方得$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=36$,即$x^2+\frac{1}{x^2}+2=36$,则$x^2+\frac{1}{x^2}=34$.故选C.

15. **解**:原式$=3\sqrt{2}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-3-1$

$=2\sqrt{2}-4$.

16. **证明**:∵AC平分$\angle BAD$,

∴$\angle BAC=\angle DAC$.

在$\triangle ABC$和$\triangle ADC$中,

$$\begin{cases}AB=AD,\\ \angle BAC=\angle DAC,\\ AC=AC,\end{cases}$$

∴$\triangle ABC\cong\triangle ADC$(SAS).

17. **解**:(1)众数是8,中位数是7.

(2)该同学所得分数的平均数为

$(5+6+7\times2+8\times3)\div7=7$(分).

18. **解**:设乙工程队每小时能完成x平方米的绿化面积,则甲工程队每小时能完成$2x$平方米的绿化面积,

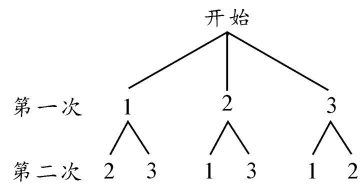
根据题意得$\frac{300}{x}-\frac{300}{2x}=3$,

解得$x=50$,

经检验,$x=50$是原分式方程的解,且符合题意.

答:乙工程队每小时能完成50平方米的绿化面积.

19. **解**:(1)画树状图如答图.



第19题答图

由树状图知共有6种等可能的结果:(1,2),(1,3),(2,1),(2,3),(3,1),(3,2).

(2)∵共有6种等可能的结果,其中数字之和为偶数的有2种结果,

∴取出的两张卡片上的数字之和为偶数的概率$P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

20. **解**:(1)把$A(0,3)$,$B\left(-4,-\frac{9}{2}\right)$分别代入$y=-\frac{3}{16}x^2+bx+c$中,得$\begin{cases}c=3,\\ -\frac{3}{16}\times16-4b+c=-\frac{9}{2},\end{cases}$解得$\begin{cases}b=\frac{9}{8},\\ c=3.\end{cases}$

(2)由(1)可得该抛物线解析式为$y=-\frac{3}{16}x^2+\frac{9}{8}x+3$,

当$y=0$时,$-\frac{3}{16}x^2+\frac{9}{8}x+3=0$,

$\Delta=\left(\frac{9}{8}\right)^2-4\times\left(-\frac{3}{16}\right)\times3=\frac{225}{64}>0$,

∴二次函数$y=-\frac{3}{16}x^2+bx+c$的图象与x轴有公共点.

∵$-\frac{3}{16}x^2+\frac{9}{8}x+3=0$的解为$x_1=-2$,$x_2=8$,

∴公共点的坐标是$(-2,0)$和$(8,0)$.

21. **解**:(1)由题意可得$y=120x+200(100-x)=-80x+20\,000(24\leqslant x\leqslant86)$.

(2)∵$y=-80x+20\,000$,$-80<0$,

∴y随x的增大而减小,

∴当$x=86$时,y最小,

$y_{最小值}=-80\times86+20\,000=13\,120$(元).

22. (1)**证明**:如答图,连接OC.

∵$OA=OC$,

∴$\angle BAC=\angle OCA$.

∵$\angle BCD=\angle BAC$,

∴$\angle BCD=\angle OCA$.

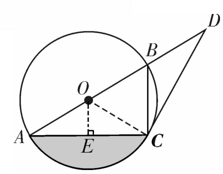
∵AB是$\odot O$的直径,

∴$\angle ACB=90^\circ$,

∴$\angle BCD+\angle OCB=\angle OCA+\angle OCB=90^\circ$,

∴$\angle OCD=90^\circ$.

∵OC是$\odot O$的半径,∴CD是$\odot O$的切线.



第22题答图

(2)**解**:设$\odot O$的半径为r,

∴$AB=2r$.

∵$\angle D=30^\circ$,$\angle OCD=90^\circ$,

$\therefore OD=2r$，$\angle COB=60°$，

$\therefore \triangle BOC$ 为等边三角形，$\angle AOC=120°$，$r+2=2r$，

$\therefore r=2$，

如答图，过点 O 作 $OE\perp AC$，交 AC 于点 E，在 $\text{Rt}\triangle AOE$ 中，$OE=\frac{1}{2}OA=1$.

由勾股定理可知 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=2\sqrt{3}$，

$\therefore S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 1=\sqrt{3}$，$S_{扇形OAC}=\frac{120\pi\times 4}{360}=\frac{4\pi}{3}$，

$\therefore$ 阴影部分的面积为 $\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$.

23. 解：(1)若 $\triangle ABE$ 的面积为 30，则平行四边形 $ABCD$ 的面积 S 的值为 60.

(2)如答图，延长 AE 交 BC 的延长线于点 H，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD\parallel BC$，

$\therefore \angle ADE=\angle HCE$，$\angle DAE=\angle CHE$.

$\because E$ 为 CD 的中点，

$\therefore CE=ED$，

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle HCE(\text{AAS})$，

$\therefore AD=HC$，$AE=HE$，

$\therefore AD+FC=HC+FC$.

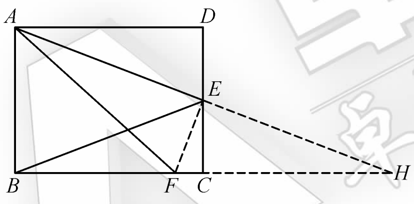
由 $AF=AD+FC$ 和 $FH=HC+FC$ 得 $AF=FH$，

$\therefore \angle FAE=\angle CHE$.

又 $\because \angle DAE=\angle CHE$，

$\therefore \angle DAE=\angle FAE$，

$\therefore AE$ 平分 $\angle DAF$.



第 23 题答图

(3)如答图，连接 EF，

$\because AE=BE$，$AE=HE$，

$\therefore AE=BE=HE$，

$\therefore \angle BAE=\angle ABE$，$\angle HBE=\angle BHE$，

$\because \angle DAE=\angle CHE$，

$\therefore \angle BAE+\angle DAE=\angle ABE+\angle HBE$，即 $\angle DAB=\angle CBA$.

由四边形 $ABCD$ 是平行四边形，得 $\angle DAB+\angle CBA=180°$，

$\therefore \angle CBA=90°$，

$\therefore AF^2=AB^2+BF^2=16+(5-FC)^2=(FC+CH)^2=(FC+5)^2$，解得 $FC=\frac{4}{5}$，

$\therefore AF=FC+CH=\frac{29}{5}$.

$\because AE=HE$，$AF=FH$，

$\therefore FE\perp AH$，

$\therefore AF$ 是 $\triangle AEF$ 的外接圆直径，

$\therefore \triangle AEF$ 的外接圆的周长 $t=\frac{29}{5}\pi$.

2017 年云南省初中学业水平考试
数学参考答案

1. -2　**2.** -7　**3.** $\frac{1}{3}$　**4.** $x\leqslant 9$　**5.** $2\pi+4$

6. $y=-5x+5$ 或 $y=-\frac{1}{5}x+1$　**【解析】**$\because$ 点 $A(a,b)$ 在双曲线 $y=\frac{5}{x}$ 上，$\therefore ab=5$，$\because a,b$ 都是正整数，$\therefore a=1,b=5$ 或 $a=5,b=1$. 设经过 $B(a,0)$，$C(0,b)$ 两点的一次函数的解析式为 $y=mx+n$. ① 当 $a=1,b=5$ 时，由题意，得 $\begin{cases}m+n=0,\\n=5,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=-5,\\n=5,\end{cases}$ $\therefore y=-5x+5$；② 当 $a=5$，$b=1$ 时，由题意，得 $\begin{cases}5m+n=0,\\n=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=-\frac{1}{5},\\n=1,\end{cases}$ $\therefore y=-\frac{1}{5}x+1$. 综上所述，所求一次函数解析式为 $y=-5x+5$ 或 $y=-\frac{1}{5}x+1$.

7. B　**8.** C　**9.** D　**10.** C　**11.** B　**12.** A

13. D　**【解析】**设母线长为 R，底面圆半径为 r，圆锥的高为 h，由于圆锥的侧面展开图是个半圆，$\therefore$ 侧面展开图的弧长为 $\frac{180\pi R}{180}=\pi R$. $\because$ 底面圆的周长为 $2\pi r$，$\therefore \pi R=2\pi r$，$\therefore R=2r$，$\therefore$ 由勾股定理可知 $h=\sqrt{3}r$. $\because$ 圆锥的体积等于 $9\sqrt{3}\pi$，$\therefore 9\sqrt{3}\pi=\frac{1}{3}\pi r^2h$，$\therefore r=3$，$\therefore h=3\sqrt{3}$. 故选 D.

14. A　**【解析】**$\because \angle BFC=20°$，$\therefore \angle BAC=2\angle BFC=40°$，$\because AB=AC$，$\therefore \angle ABC=\angle ACB=\frac{180°-40°}{2}=70°$. 又 $\because EF$ 是线段 AB 的垂直平分线，$\therefore AD=BD$，$\therefore \angle A=\angle ABD=40°$，$\therefore \angle DBC=\angle ABC-\angle ABD=70°-40°=30°$. 故选 A.

15. 证明：$\because BE=CF$，

$\therefore BE+EC=CF+EC$，

$\therefore BC=EF$.

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中，

$\begin{cases}AB=DE,\\BC=EF,\\AC=DF,\end{cases}$

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle DEF(\text{SSS})$.

$\therefore \angle ABC=\angle DEF$.

16. 解：(1)由题目中式子的变化规律可得，第四个等式是 $\frac{5^2-4^2-1}{2}=4$.

(2)第 n 个等式是 $\frac{(n+1)^2-n^2-1}{2}=n$，

证明：∵左边$=\dfrac{[(n+1)+n][(n+1)-n]-1}{2}$

$=\dfrac{2n+1-1}{2}$

$=\dfrac{2n}{2}$

$=n=$右边，

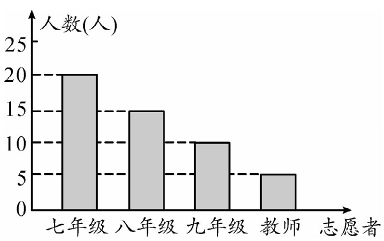
∴第 n 个等式是$\dfrac{(n+1)^2-n^2-1}{2}=n$.

17. 解：(1)由题意可知，总人数为 $20\div40\%=50$(人)，

八年级被抽到的志愿者人数是 $50\times30\%=15$(人)，

九年级被抽到的志愿者人数是 $50\times20\%=10$(人)，

补全条形统计图如答图所示.



第 17 题答图

(2)该校共有志愿者 600 人，则该校九年级大约有 $600\times20\%=120$(人).

答：该校九年级大约有 120 名志愿者.

18. 解：(1)设该商店第一次购进水果 x 千克，则第二次购进水果 $2x$ 千克，

由题意得$\dfrac{1\,000}{x}+2=\dfrac{2\,400}{2x}$.

整理，可得 $2\,000+4x=2\,400$，

解得 $x=100$，

经检验，$x=100$ 是原方程的解，且符合题意.

答：该商店第一次购进水果 100 千克.

(2)设每千克水果的标价是 m 元，

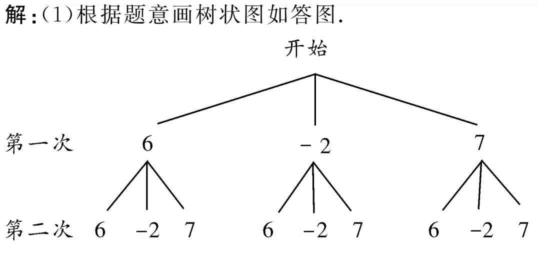
则$(100+100\times2-20)m+20\times0.5m\geqslant1\,000+2\,400+950$，

整理，可得 $290m\geqslant4\,350$，

解得 $m\geqslant15$.

答：每千克水果的标价至少是 15 元.

19. 解：(1)根据题意画树状图如答图.



第 19 题答图

所有等可能出现的结果共有 9 种，即$(6,6)$，$(6,-2)$，$(6,7)$，$(-2,6)$，$(-2,-2)$，$(-2,7)$，$(7,6)$，$(7,-2)$，$(7,7)$.

(2)∵共有 9 种情况，两次取出的小球上的数字相同的有 3 种情况，

∴两次取出的小球上的数字相同的概率 $P=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$.

20. (1)**证明**：∵$AD\perp BC$，点 E,F 分别是 AB,AC 的中点，

∴在 Rt$\triangle ABD$ 中，$DE=\dfrac{1}{2}AB=AE$，

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$DF=\dfrac{1}{2}AC=AF$.

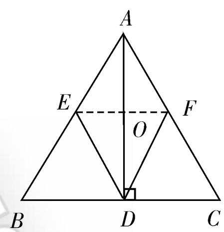
又∵$AB=AC$，点 E,F 分别是 AB,AC 的中点，

∴$AE=AF$，

∴$AE=AF=DE=DF$，

∴四边形 $AEDF$ 是菱形.

(2)**解**：如答图，连接 EF，交 AD 于点 O.



第 20 题答图

∵菱形 $AEDF$ 的周长为 12，

∴$AE=\dfrac{1}{4}\times12=3$.

设 $EF=x$，$AD=y$，则 $x+y=7$，

∴$x^2+2xy+y^2=49$. ①

∵$AD\perp EF$，

∴在 Rt$\triangle AOE$ 中，$AO^2+EO^2=AE^2$，

∴$\left(\dfrac{1}{2}y\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}x\right)^2=3^2$，

即 $x^2+y^2=36$. ②

把②代入①，可得 $2xy=13$，

∴$xy=\dfrac{13}{2}$，

∴菱形 $AEDF$ 的面积 $S=\dfrac{1}{2}xy=\dfrac{13}{4}$.

21. 解：(1)$b+2c+8\geqslant0$ 成立.

理由：∵抛物线的顶点坐标为$(3,8)$，

∴抛物线的解析式为 $y=-2(x-3)^2+8=-2x^2+12x-10$，

∴$b=12$，$c=-10$，

∴$b+2c+8=12-20+8=0$，

∴不等式 $b+2c+8\geqslant0$ 成立.

(2)设点 $M(m,n)$，

由题意得$\dfrac{1}{2}\cdot3\cdot|n|=9$，

∴$n=\pm6$.

当 $n=6$ 时，$6=-2m^2+12m-10$，

解得 $m_1=2$，$m_2=4$，

当 $n=-6$ 时，$-6=-2m^2+12m-10$，

解得 $m=3\pm\sqrt{7}$，

满足条件的点 M 的坐标为$(2,6)$或$(4,6)$或$(3+\sqrt{7},-6)$或$(3-\sqrt{7},-6)$.

22. 解：(1)由题意 $y=380x+280\times(62-x)=100x+17\,360$.

∵$30x+20\times(62-x)\geqslant1\,441$，

$\therefore x \geqslant 20.1$.

$1441 \div 30 = 48\frac{1}{30}$,

$\therefore x$ 的取值范围为 $21 \leqslant x \leqslant 49$ 且 x 为整数.

(2)由题意 $100x + 17\ 360 \leqslant 21\ 940$,

解得 $x \leqslant 45.8$,

$\therefore 21 \leqslant x \leqslant 45$,

$\therefore$ 共有 25 种租车方案,

$\therefore$ 当 $x = 21$ 时,y 有最小值为 19 460 元.

故当租用 A 型号客车 21 辆,B 型号客车 41 辆时最省钱.

23. (1)**证明**:如答图,连接 OC,

$\because OA = OC$,

$\therefore \angle A = \angle OCA$.

$\because AC // OP$,

$\therefore \angle A = \angle BOP, \angle ACO = \angle COP$,

$\therefore \angle COP = \angle BOP$.

$\because PB$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle OBP = 90°$.

在 $\triangle POC$ 与 $\triangle POB$ 中,$\begin{cases} OC = OB, \\ \angle COP = \angle BOP, \\ OP = OP, \end{cases}$

$\therefore \triangle COP \cong \triangle BOP$(SAS),

$\therefore \angle OCP = \angle OBP = 90°$,

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2)**解**:如答图,过点 O 作 $OD \perp AC$ 于点 D,

$\therefore \angle ODC = \angle OCP = 90°, CD = \frac{1}{2}AC$.

$\because \angle DCO = \angle COP$,

$\therefore \triangle ODC \backsim \triangle PCO$,

$\therefore \frac{CD}{OC} = \frac{OC}{PO}$,

$\therefore CD \cdot OP = OC^2$,

$\because OP = \frac{3}{2}AC$,

$\therefore AC = \frac{2}{3}OP, \therefore CD = \frac{1}{3}OP$,

$\therefore \frac{1}{3}OP \cdot OP = OC^2, \therefore \frac{OC}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore \sin\angle CPO = \frac{OC}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

(3)**解**:如答图,连接 BC,$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore AC \perp BC$.

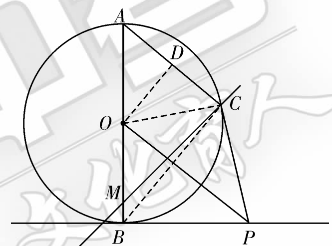
$\because AC = 9, AB = 15, \therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 12$.

当 $CM \perp AB$ 时,$d = AM, f = BM$,

$\therefore d + f = AM + BM = 15$,

当点 M 与点 B 重合时,$d = 9, f = 0, \therefore d + f = 9$,

$\therefore d + f$ 的取值范围是 $9 \leqslant d + f \leqslant 15$.



第 23 题答图