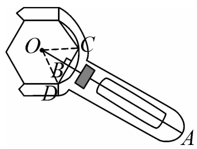
# 2020年昆明市初中学业水平考试
## 数学参考答案

**1.** 10　**2.** $n(m+2)(m-2)$　**3.** 95　**4.** $x\neq -1$

**5.** $10\pi$　【解析】如答图，连接 $OD$，$OC$. ∵$\angle DOC=60°$，$OD=OC$，∴$\triangle ODC$ 是等边三角形，∴$OD=OC=DC=2\sqrt{3}$，∵$OB\perp CD$，∴$BC=BD=\sqrt{3}$，∴$OB=\sqrt{3}BC=3$. ∵$AB=17$，∴$OA=OB+AB=20$，∴点 $A$ 在该过程中所经过的路径长为 $\frac{90\cdot\pi\cdot 20}{180}=10\pi$(cm).



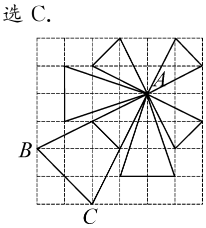

第 5 题答图

**6.** $(-1)^n\frac{n(n+1)}{3^n}$　【解析】∵$-\frac{2}{3}=-\frac{1\times 2}{3^1}$，$\frac{6}{9}=\frac{2\times 3}{3^2}$，$-\frac{12}{27}=-\frac{3\times 4}{3^3}$，$\frac{20}{81}=\frac{4\times 5}{3^4}$，$-\frac{30}{243}=-\frac{5\times 6}{3^5}$，…，∴这一组数的第 $n$ 个数是 $(-1)^n\frac{n(n+1)}{3^n}$.

**7.** A　**8.** D　**9.** B　**10.** C　**11.** B　**12.** C

**13.** D　【解析】∵抛物线开口向上，∴$a>0$，∵抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=1$，∴$b=-2a<0$，∴$ab<0$，所以 A 选项的结论正确；∵抛物线的对称轴为直线 $x=1$，抛物线与 $x$ 轴的一个交点坐标在(0,0)与(−1,0)之间，∴抛物线与 $x$ 轴的另一个交点坐标在(2,0)与(3,0)之间，∴一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的正实数根在 2 和 3 之间，∴B 选项的结论正确；把 $B(0,-2)$，$A(-1,m)$ 代入抛物线得 $c=-2$，$a-b+c=m$，而 $b=-2a$，∴$a+2a-2=m$，∴$a=\frac{m+2}{3}$，∴C 选项的结论正确；∵点 $P_1(t,y_1)$，$P_2(t+1,y_2)$ 在抛物线上，∴当点 $P_1$，$P_2$ 都在直线 $x=1$ 的右侧时，$y_1<y_2$，此时 $t\geqslant 1$；当点 $P_1$ 在直线 $x=1$ 的左侧，点 $P_2$ 在直线 $x=1$ 的右侧时，$y_1<y_2$，此时 $0<t<1$ 且 $t+1-1>1-t$，即 $\frac{1}{2}<t<1$，∴当 $t>\frac{1}{2}$ 时，$y_1<y_2$，∴D 选项的结论错误. 故选 D.

**14.** C　【解析】如答图，使得$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$ 的格点三角形一共有 6 个. 故选 C.




第 14 题答图

**15. 解**：原式$=1-2+1+5$

$=5$.

**16. 证明**：∵$AC$ 是$\angle BAE$ 的平分线，

∴$\angle BAC=\angle DAE$.

在$\triangle BAC$ 和$\triangle DAE$ 中，

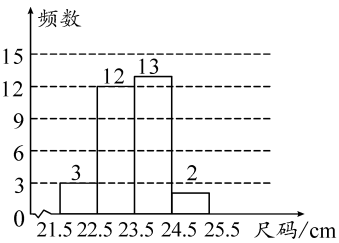
$$\begin{cases}\angle BAC=\angle DAE,\\ \angle C=\angle E,\\ AB=AD,\end{cases}$$

∴$\triangle BAC\cong\triangle DAE$(AAS)，

∴$BC=DE$.

**17. 解**：(1)正正丁　12

补全的频数分布直方图如答图.




第 17 题图

(2)23.5

(3)$120\times\frac{13+2}{30}=60$(双).

答：该款女鞋进货 120 双，尺码在 $23.5\leqslant x<25.5$ 范围的鞋应购进约 60 双.

**18. 解**：(1)用列表法表示所有可能出现的结果情况如下：

| 摸球＼转盘 | 2 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|
| 1 | 2,1 | 4,1 | 6,1 |
| 3 | 2,3 | 4,3 | 6,3 |
| 5 | 2,5 | 4,5 | 6,5 |

共有 9 种可能的结果，即(2,1)，(2,3)，(2,5)，(4,1)，(4,3)，(4,5)，(6,1)，(6,3)，(6,5).

(2)列出两次得数之和的所有可能的结果如下：

| 摸球＼转盘 | 2 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|
| 1 | 2+1=3 | 4+1=5 | 6+1=7 |
| 3 | 2+3=5 | 4+3=7 | 6+3=9 |
| 5 | 2+5=7 | 4+5=9 | 6+5=11 |

共有 9 种可能的结果，其中“和为 3 的倍数”的有 3 种，“和为 7 的倍数”的有 3 种，

∴$P_{小杰胜}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$，$P_{小玉胜}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$，

∴$P_{小杰胜}=P_{小玉胜}$，

∴游戏是公平的.

**19. 解**：(1)设完成一间办公室和一间教室的药物喷洒各要 $x$ min 和 $y$ min，

则 $\begin{cases}3x+2y=19,\\ 2x+y=11,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=3,\\ y=5.\end{cases}$

答：校医完成一间办公室和一间教室的药物喷洒各要 3 min和 5 min.

(2)一间教室的药物喷洒时间为 5 min，则 11 间教室需

要 55 min，

当 $x=5$ 时，$y=2x=10$，故点 $A(5,10)$，

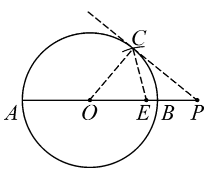
设反比例函数表达式为 $y=\frac{k}{x}$，将点 $A$ 的坐标代入上式并解得 $k=50$，

故反比例函数表达式为 $y=\frac{50}{x}$，

当 $x=55$ 时，$y=\frac{50}{55}<1$，

故一班学生能安全进入教室.

**20.** (1)**解**：如答图，点 $C$ 即为所求.




第 20 题答图

证明：连接 $OC$，

$\because$ 点 $E$ 是线段 $OP$ 的中点，$\therefore OE=EP$.

$\because EC=EP$，$\therefore OE=EC=EP$，

$\therefore \angle COE=\angle ECO$，$\angle ECP=\angle P$.

$\because \angle COE+\angle ECO+\angle ECP+\angle P=180^\circ$，

$\therefore \angle ECO+\angle ECP=90^\circ$，

$\therefore OC\perp PC$，

又 $\therefore OC$ 是 $\odot O$ 的半径，

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2)**解**：$\because BP=4$，$EB=1$，

$\therefore OE=EP=BP+EB=5$，

$\therefore OP=2OE=10$，

$\therefore OC=OB=OE+EB=6$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle OCP$ 中，由勾股定理得 $PC=\sqrt{OP^2-OC^2}=8$.

**21. 解**：(1)$6.4\times10^6$

(2)如答图，过点 $C$ 作 $CH\perp BE$ 于点 $H$.

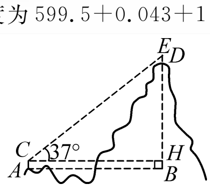
由题意得 $AB=CH=800$ m，$AC=BH=1.5$ m，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ECH$ 中，$EH=CH\cdot\tan 37^\circ\approx600(\mathrm{m})$，

$\therefore DB=600-DE+BH=599.5(\mathrm{m})$，

由题意得 $f=\frac{0.43\times800^2}{6\ 400\ 000}=0.043(\mathrm{m})$，

$\therefore$ 山的海拔高度为 $599.5+0.043+1\ 800\approx2\ 399.54(\mathrm{m})$.




第 21 题答图

**22. 解**：(1)当 $y_1=0$ 时，即 $-x^2+4=0$，解得 $x_1=2$，$x_2=-2$，

又点 $A$ 在 $x$ 轴的负半轴，

$\therefore$ 点 $A(-2,0)$，

$\because$ 点 $A(-2,0)$ 是抛物线 $y_2$ 的最高点，

$\therefore -\frac{b}{2\times\left(-\frac{1}{5}\right)}=-2$，即 $b=-\frac{4}{5}$，

把 $A(-2,0)$ 代入 $y_2=-\frac{1}{5}x^2-\frac{4}{5}x+c$ 得 $c=-\frac{4}{5}$，

$\therefore$ 抛物线 $y_2$ 的解析式为 $y_2=-\frac{1}{5}x^2-\frac{4}{5}x-\frac{4}{5}$.

由 $\begin{cases}y_1=-x^2+4,\\ y_2=-\frac{1}{5}x^2-\frac{4}{5}x-\frac{4}{5},\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x_1=-2,\\ y_1=0,\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=3,\\ y_2=-5.\end{cases}$

$\because A(-2,0)$，$\therefore$ 点 $B(3,-5)$.

(2)由题意得 $CD=y_1-y_2=-x^2+4-\left(-\frac{1}{5}x^2-\frac{4}{5}x-\frac{4}{5}\right)=-\frac{4}{5}x^2+\frac{4}{5}x+\frac{24}{5}$，当 $x=-\frac{\frac{4}{5}}{2\times\left(-\frac{4}{5}\right)}=\frac{1}{2}$ 时，$CD_{最大}=-\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{24}{5}=5$，

$\therefore S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times5\times\left(3-\frac{1}{2}\right)=\frac{25}{4}$.

**23.** (1)**证明**：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB=CD$，$AB/\!/CD$，$\angle A=90^\circ$，

$\because AE=EB$，$DF=FC$，

$\therefore AE=DF$，$AE/\!/DF$，

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形，

$\because \angle A=90^\circ$，

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是矩形.

(2)**证明**：如答图①，连接 $PM$，$BM$.

$\because$ 四边形 $AEFD$ 是矩形，$\therefore EF/\!/AD$.

$\because BE=AE$，$\therefore BO=OP$.

由翻折可知，$\angle PMB=\angle A=90^\circ$，

$\therefore OM=OB=OP$.

(3)**解**：如答图②，当 $MA=MD$ 时，连接 $BM$，过点 $M$ 作 $MH\perp AD$ 于点 $H$，交 $BC$ 于点 $F$.

$\because MA=MD$，$MH\perp AD$，

$\therefore AH=HD=4$.

$\because \angle BAH=\angle ABF=\angle AHF=90^\circ$，

$\therefore$ 四边形 $ABFH$ 是矩形，

$\therefore BF=AH=4$，$AB=FH=5$，$\angle BFM=90^\circ$.

$\because BM=BA=5$，

$\therefore FM=\sqrt{BM^2-BF^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

$\therefore HM=HF-FM=5-3=2$.

$\because \angle ABP+\angle APB=90^\circ$，$\angle MAH+\angle APB=90^\circ$，

$\therefore \angle ABP=\angle MAH$.

$\because \angle BAP=\angle AHM=90^\circ$，

$\therefore \triangle ABP\backsim\triangle HAM$，$\therefore \frac{AP}{HM}=\frac{AB}{AH}$，

$\therefore \frac{AP}{2}=\frac{5}{4}$，$\therefore AP=\frac{5}{2}$.

如答图③，当 $AM=AD$ 时，连接 $BM$，设 $BP$ 交 $AM$ 于点 $F$.

$\because AD=AM=8$，$BA=BM=5$，$BF\perp AM$，

$\therefore AF=FM=4$，$\therefore BF=\sqrt{AB^2-AF^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

$\because \tan\angle ABF=\frac{AP}{AB}=\frac{AF}{BF}$，$\therefore \frac{AP}{5}=\frac{4}{3}$，$\therefore AP=\frac{20}{3}$.

如答图④，当$DA=DM$时，此时点$P$与$D$重合，$AP=8$.

如答图⑤，当$MA=MD$时，连接$BM$，过点$M$作$MH\perp AD$于点$H$交$BC$于点$F$.

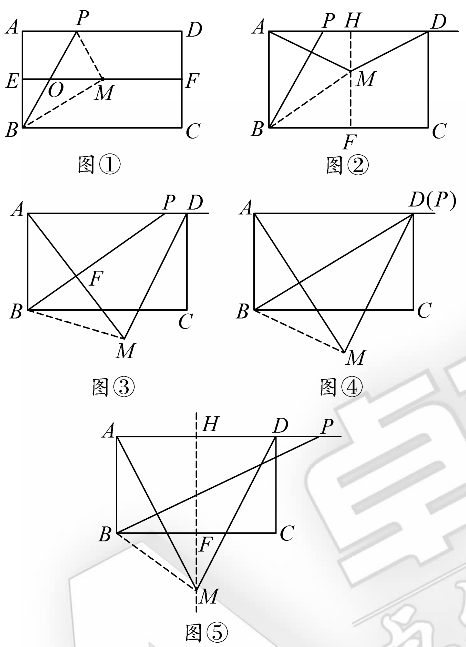
$\because BM=5$，$BF=4$，

$\therefore FM=3$，$MH=3+5=8$，

由$\triangle ABP\backsim\triangle HAM$可得$\frac{AP}{HM}=\frac{AB}{AH}$，

$\therefore \frac{AP}{8}=\frac{5}{4}$，$\therefore AP=10$.

综上所述，满足条件的$PA$的值为$\frac{5}{2}$或$\frac{20}{3}$或8或10.




第23题答图

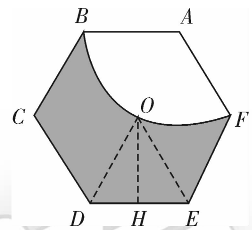
## 2018年昆明市初中学业水平考试
## 数学参考答案

**1.** 1　**2.** $2.4\times10^5$　**3.** $150°42'$

**4.** 7　【解析】把$m+\frac{1}{m}=3$两边平方得$\left(m+\frac{1}{m}\right)^2=m^2+\frac{1}{m^2}+2=9$，则$m^2+\frac{1}{m^2}=7$.

**5.** $y=-\frac{4}{3}x$或$y=-4x$　【解析】当点$A$绕坐标原点$O$逆时针旋转$90°$后，再向左平移1个单位长度得到点$A'$，则$A'(-3,4)$，设过点$A'$的正比例函数的解析式为$y=kx$，则$4=-3k$，解得$k=-\frac{4}{3}$，则过点$A'$的正比例函数的解析式为$y=-\frac{4}{3}x$，同理可得点$A$绕坐标原点$O$顺时针旋转$90°$后，再向左平移1个单位长度得到点$A''$，则$A''(1,-4)$，设过点$A''$的正比例函数的解析式为$y=k'x$，则$-4=k'$，则过点$A''$的正比例函数解析式为$y=-4x$. 综上所述，过点$A'$的正比例函数的解析式为$y=-\frac{4}{3}x$或$y=-4x$.

**6.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{3}$　【解析】如答图，正六边形的中心为点$O$，连接$OD$，$OE$，作$OH\perp DE$于点$H$，$\angle DOE=\frac{360°}{6}=60°$，$\therefore OD=OE=DE=1$，$\therefore OH=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore$正六边形$ABCDEF$的面积为$\frac{1}{2}\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. 又$\because \angle A=\frac{(6-2)\times180°}{6}=120°$，$\therefore$扇形$ABF$的面积为$\frac{120\pi\times1^2}{360}=\frac{\pi}{3}$，$\therefore$图中阴影部分的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{3}$.

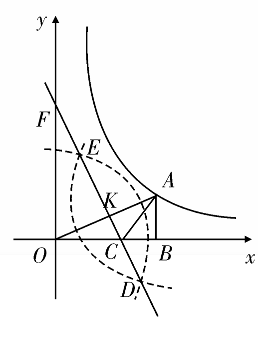


第6题答图

**7.** C　**8.** A　**9.** B　**10.** D　**11.** B　**12.** C　**13.** A

**14.** B　【解析】如答图，设$OA$交$CF$于点$K$. 由作图可知，$CF$垂直平分线段$OA$，$\therefore OC=CA=1$，$OK=AK$，在$\mathrm{Rt}\triangle OFC$中，$CF=\sqrt{OF^2+OC^2}=\sqrt{5}$，$\therefore AK=OK=\frac{1\times2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\therefore OA=\frac{4\sqrt{5}}{5}$. 由$\triangle FOC\backsim\triangle OBA$，可得$\frac{OF}{OB}=\frac{OC}{AB}=\frac{CF}{OA}$，$\therefore \frac{2}{OB}=\frac{1}{AB}=\frac{\sqrt{5}}{\frac{4\sqrt{5}}{5}}$，$\therefore OB=\frac{8}{5}$，$AB=\frac{4}{5}$，

$\therefore A\left(\frac{8}{5},\frac{4}{5}\right)$，$\therefore k=\frac{32}{25}$. 故选B.



第14题答图

**15.** 证明：$\because \angle1=\angle2$，

$\therefore \angle DAC+\angle1=\angle2+\angle DAC$，

$\therefore \angle BAC=\angle DAE$.

在$\triangle ABC$和$\triangle ADE$中，

$$\begin{cases}\angle B=\angle D,\\ AB=AD,\\ \angle BAC=\angle DAE,\end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle ADE(\mathrm{ASA})$，

∴ $BC=DE$.

**16.** **解**:原式$=\frac{1+a-2}{a-2}\cdot\frac{3(a-2)}{(a+1)(a-1)}$

$=\frac{3}{a+1}$.

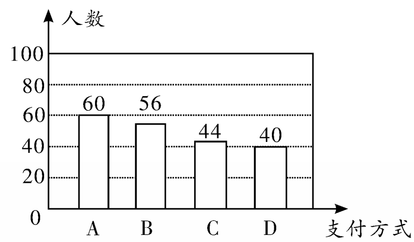
当 $a=\tan60°-|-1|=\sqrt{3}-1$ 时,

原式$=\frac{3}{\sqrt{3}-1+1}=\sqrt{3}$.

**17.** **解**:(1)$56\div28\%=200$(名).

答:本次一共调查了 200 名购买者.

(2)108　补全条形统计图如答图.




第 17 题答图

(3)$1\,600\times\frac{60+56}{200}=928$(名).

答:估计使用 A 和 B 两种支付方式的购买者共有 928 名.

**18.** **解**:(1)列表如下:

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| A | — | (B,A) | (C,A) |
| B | (A,B) | — | (C,B) |
| C | (A,C) | (B,C) | — |

由表可知共有 6 种等可能的结果.

(2)由表可知共有 6 种等可能的结果,其中抽到 B 队和 C 队参加交流活动的有 2 种结果,所以抽到 B 队和 C 队参加交流活动的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

**19.** **解**:如答图,作 $AE\perp BD$ 于点 $E$.

在 Rt$\triangle AEB$ 中,∵$\angle EAB=30°$,$AB=10$,

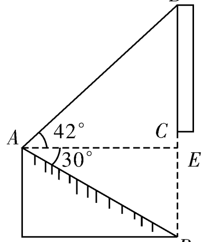
∴$BE=\frac{1}{2}AB=5$,$AE=5\sqrt{3}$.

在 Rt$\triangle ADE$ 中,$DE=AE\cdot\tan42°\approx7.79$,

∴$BD=DE+BE=12.79$,

∴$CD=BD-BC=12.79-6.5\approx6.3$(m).

答:标语牌 $CD$ 的长约 6.3 m.




第 19 题答图

**20.** **解**:(1)设每立方米的基本水价是 $x$ 元,每立方米的污水处理费是 $y$ 元,由题意得

$\begin{cases}27.6=8x+8y,\\46.3=10x+(12-10)\times(1+100\%)x+12y,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=2.45,\\y=1.\end{cases}$

答:每立方米的基本水价是 2.45 元,每立方米的污水处理费是 1 元.

(2)设该用户 7 月份可用水 $t$ 立方米,

∵$64>10\times(2.45+1)$,∴$t>10$,

则 $10\times2.45+(t-10)\times2.45\times(1+100\%)+t\leqslant64$,

解得 $t\leqslant15$,∴$t$ 的最大值为 15.

答:如果某用户 7 月份生活用水水费计划不超过 64 元,该用户 7 月份最多可用水 15 立方米.

**21.** (1)**证明**:如答图,连接 $OC$.

∵$AC$ 平分$\angle BAD$,

∴$\angle1=\angle2$.

∵$OA=OC$,

∴$\angle1=\angle3$,

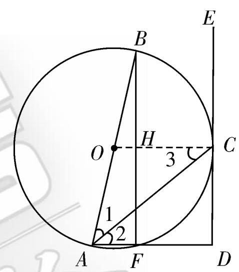
∴$\angle2=\angle3$,

∴$OC\parallel AD$.

∵$ED$ 切$\odot O$ 于点 $C$,

∴$OC\perp DE$,

∴$AD\perp ED$.




第 21 题答图

(2)**解**:如答图,$OC$ 交 $BF$ 于点 $H$.

∵$AB$ 为$\odot O$ 的直径,

∴$\angle AFB=90°$,

易得四边形 $CDFH$ 为矩形,

∴$FH=CD=4$,$\angle CHF=90°$,

∴$OH\perp BF$,

∴$BH=FH=4$,

∴$BF=8$.

在 Rt$\triangle ABF$ 中,$AB=\sqrt{AF^2+BF^2}=\sqrt{2^2+8^2}=2\sqrt{17}$,

∴$\odot O$ 的半径为 $\sqrt{17}$.

**22.** **解**:(1)由题意得$\begin{cases}a+b=-3,\\-\frac{b}{2a}=2,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=1,\\b=-4,\end{cases}$

∴抛物线的解析式为 $y=x^2-4x$,

令 $y=0$,得 $x^2-4x=0$,解得 $x_1=0$,$x_2=4$,

结合图象知,$A$ 的坐标为(4,0).

∵抛物线开口向上,∴$y\leqslant0$ 时,自变量 $x$ 的取值范围是 $0\leqslant x\leqslant4$.

(2)设直线 $AB$ 的解析式为 $y=mx+n$,

则$\begin{cases}m+n=-3,\\4m+n=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}m=1,\\n=-4,\end{cases}$

∴$y=x-4$.

设直线 $AP$ 的解析式为 $y=kx+c$,

∵$PA\perp BA$,∴$k=-1$,

则有 $-4+c=0$,解得 $c=4$,

∴直线 $AP$ 的解析式为 $y=-x+4$.

联立$\begin{cases} y=x^2-4x, \\ y=-x+4, \end{cases}$解得$\begin{cases} x_1=-1, \\ y_1=5, \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=4, \\ y_2=0, \end{cases}$

∴点 $P$ 的坐标为$(-1,5)$，

∴$AB=\sqrt{(4-1)^2+3^2}=3\sqrt{2}$，$PA=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$，

∴$S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}AB\cdot PA=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times5\sqrt{2}=15$.

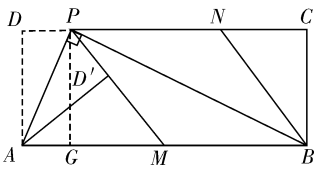
**23.** (1)**证明**：如答图，过点 $P$ 作 $PG\perp AB$ 于点 $G$，

易知四边形 $DPGA$，四边形 $PCBG$ 是矩形，

∴$AD=PG$，$DP=AG$，$GB=PC$.

∵$\angle APB=90^\circ$，

∴$\angle APG+\angle GPB=\angle GPB+\angle PBG=90^\circ$，




第 23 题答图

∴$\angle APG=\angle PBG$，

∴$\triangle APG\backsim\triangle PBG$，

∴$\frac{PG}{AG}=\frac{GB}{PG}$，

∴$PG^2=AG\cdot GB$，

即 $AD^2=DP\cdot PC$.

(2)**解**：四边形 $PMBN$ 为菱形，理由如下：

∵$DC\parallel AB$，

∴$\angle DPA=\angle PAM$，四边形 $PMBN$ 为平行四边形.

由题意可知：$\angle DPA=\angle APM$，

∴$\angle PAM=\angle APM$，

又∵$\angle PAM+\angle PBA=\angle APM+\angle MPB=90^\circ$，

∴$\angle ABP=\angle MPB$，

∴$PM=MB$，

又∵四边形 $PMBN$ 是平行四边形，

∴四边形 $PMBN$ 是菱形.

(3)**解**：由$\frac{DP}{AD}=\frac{1}{2}$，可设 $DP=x$，则 $AD=2x$，

由(1)可知 $AG=DP=x$，$PG=AD=2x$.

∵$PG^2=AG\cdot GB$，

∴$4x^2=x\cdot GB$，

∴$GB=PC=4x$，$AB=AG+GB=5x$.

∵$CP\parallel AB$，

∴$\triangle PCF\backsim\triangle BAF$，

∴$\frac{CF}{AF}=\frac{PC}{AB}=\frac{4x}{5x}=\frac{4}{5}$，

∴$\frac{AF}{AC}=\frac{5}{9}$，

同理可得$\triangle PCE\backsim\triangle MAE$，$\frac{AE}{AC}=\frac{5}{13}$，

∴$EF=AF-AE=\frac{5}{9}AC-\frac{5}{13}AC=\frac{20}{117}AC$，

∴$\frac{EF}{AE}=\frac{\frac{20}{117}AC}{\frac{5}{13}AC}=\frac{4}{9}$.