2022年河北省初中学业水平考试
数学试卷

一、选择题

1. C　**2.** D　**3.** A　**4.** B　**5.** A　**6.** C　**7.** D　**8.** D　**9.** B

10. A　**11.** C　**12.** C　**13.** C　**14.** D　**15.** B

16. B　【解析】由题意知，当 $AC\perp BA$ 或 $AC\geqslant BC$ 时，能作出唯一一个$\triangle ABC$. 当 $AC\perp BA$ 时，$\because\angle B=45^\circ$，$BC=2$，$\therefore AC=BC\cdot\sin 45^\circ=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$，即此时 $d=\sqrt{2}$；当 $CA=BC$ 时，$\because\angle B=45^\circ$，$BC=2$，$\therefore AC=2$，即 $d\geqslant 2$. 综上所述，当 $d=\sqrt{2}$ 或 $d\geqslant 2$ 时，能作出唯一一个$\triangle ABC$. 故选 B.

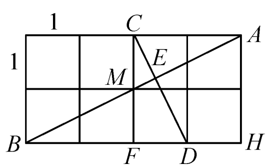
二、填空题

17. $\frac{1}{8}$

18. (1) 是　【解析】如答图，在$\triangle ACM$ 和$\triangle CFD$ 中，$\begin{cases}AC=CF=2,\\ \angle ACM=\angle CFD=90^\circ,\\ CM=FD=1,\end{cases}$ $\therefore\triangle ACM\cong\triangle CFD$(SAS)，

$\therefore\angle CAM=\angle FCD$. $\because\angle CAM+\angle CMA=90^\circ$，$\therefore\angle FCD+\angle CMA=90^\circ$，$\therefore\angle CEM=90^\circ$，$\therefore AB\perp CD$.

(2) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$　【解析】如答图，在 Rt$\triangle ABH$ 中，$AB=\sqrt{AH^2+BH^2}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$. $\because AC\parallel BD$，$\therefore\angle CAE=\angle DBE$，$\angle ACE=\angle BDE$，$\therefore\triangle ACE\backsim\triangle BDE$，$\therefore\frac{AE}{BE}=\frac{AC}{BD}=\frac{2}{3}$，$\therefore\frac{AE}{2\sqrt{5}-AE}=\frac{2}{3}$，解得$AE=\frac{4\sqrt{5}}{5}$.



第 18 题答图

19. (1)4　(2)$m+2a$　1

三、解答题

20. 解：(1)根据题意得 $P=3\times\left(\frac{1}{3}-2\right)=3\times\left(-\frac{5}{3}\right)=-5$.

(2)由数轴知，$P\leqslant 7$，即 $3\left(\frac{1}{3}-m\right)\leqslant 7$，解得 $m\geqslant -2$.

$\because m$ 为负整数，$\therefore m=-1$ 或 -2.

21. 解：(1)由题意得，甲三项成绩之和为 $9+5+9=23$(分)，

乙三项成绩之和为 $8+9+5=22$(分).

$\because 23>22$，$\therefore$会录用甲.

(2)由题意得，甲的综合成绩为 $9\times\frac{120}{360}+5\times\frac{360-120-60}{360}+9\times\frac{60}{360}=3+2.5+1.5=7$(分)，

乙的综合成绩为 $8\times\frac{120}{360}+9\times\frac{360-120-60}{360}+5\times\frac{60}{360}=\frac{8}{3}+4.5+\frac{5}{6}=8$(分).

$\because 7<8$，$\therefore$会录用乙，$\therefore$会改变(1)的录用结果.

22. 解：验证：10 的一半为 5，$5=1+4=1^2+2^2$.

探究：证明：

$(m+n)^2+(m-n)^2$

$=m^2+2mn+n^2+m^2-2mn+n^2$

$=2m^2+2n^2$

$=2(m^2+n^2)$，

$\therefore$两个已知正整数之和与这两个正整数之差的平方和一定是偶数，且该偶数的一半也可以表示为两个正整数的平方和.

23. 解：(1)抛物线 C：$y=4-(6-x)^2=-(x-6)^2+4$，

对称轴为直线 $x=6$，y 的最大值为 4.

当 $y=3$ 时，$3=-(x-6)^2+4$，解得 $x=5$ 或 7.

$\because$点 P 在对称轴的右侧，$\therefore P(7,3)$，$\therefore a=7$.

(2)$\because$平移后的抛物线的解析式为 $y=-(x-3)^2$，

$\therefore$平移后的顶点 $Q'(3,0)$.

$\because$平移前抛物线的顶点 $Q(6,4)$，

$\therefore$点 P'移动的最短路程为 $QQ'=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

24. 解：(1)$\because$嘉琪在 A 处测得垂直站立于 B 处的爸爸头顶 C 的仰角为 14°，

$\therefore\angle CAB=14^\circ$，$\angle CBA=90^\circ$，$\therefore\angle C=180^\circ-\angle CAB-\angle CBA=76^\circ$.

$\because\tan C=\frac{AB}{BC}$，$BC=1.7$，$\therefore\tan 76^\circ=\frac{AB}{1.7}$，

$\therefore AB=1.7\times\tan 76^\circ=6.8$(m).

答：$\angle C=76^\circ$，AB 的长为 6.8 m.

(2)如答图，过点 O 作 $OH\perp AB$ 交$\odot O$ 于点 H，交 MN 于点 D，连接 OM.

$\because OA=OM$，$\angle BAM=7^\circ$，

$\therefore\angle OMA=\angle OAM=7^\circ$.

$\because AB\parallel MN$，

$\therefore\angle AMD=\angle BAM=7^\circ$，

$\therefore\angle OMD=14^\circ$，$\therefore\angle MOD=76^\circ$.

在 Rt$\triangle MOD$ 中，$\tan\angle MOD=\frac{MD}{OD}$，

$\therefore\tan 76^\circ=\frac{MD}{OD}=4$，$\therefore MD=4OD$.

设 $OD=x$ m，则 $MD=4x$ m，

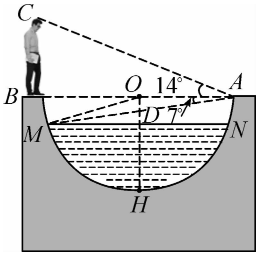
在 Rt$\triangle MOD$ 中，$OM=OA=\frac{1}{2}AB=3.4$ m，

$\therefore x^2+(4x)^2=3.4^2$.

$\because x>0$，$\therefore x=\frac{\sqrt{17}}{5}\approx 0.82$，$\therefore OD=0.82$，

$\therefore DH=OH-OD=OA-OD=3.4-0.82=2.58\approx 2.6$(m)，

答：最大水深约 2.6 m.



第 24 题答图

25. **解**：(1)设 AB 所在直线的解析式为 $y=kx+b$，

把 $A(-8,19)$，$B(6,5)$代入，得 $\begin{cases}-8k+b=19,\\6k+b=5,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=-1,\\b=11,\end{cases}$

$\therefore AB$ 所在直线的解析式为 $y=-x+11$.

(2)a. 由题意得直线 $y=mx+n$ 经过点$(2,0)$，

$\therefore 2m+n=0$.

b. 解法一：由(1)得线段 AB 上的整数点有 15 个：$(-8,19)$，$(-7,18)$，$(-6,17)$，$(-5,16)$，$(-4,15)$，$(-3,14)$，$(-2,13)$，$(-1,12)$，$(0,11)$，$(1,10)$，$(2,9)$，$(3,8)$，$(4,7)$，$(5,6)$，$(6,5)$.

当射线 CD 经过$(2,0)$，$(-7,18)$时，$y=-2x+4$，此时 $m=-2$，符合题意，

当射线 CD 经过$(2,0)$，$(-1,12)$时，$y=-4x+8$，此时 $m=-4$，符合题意，

当射线 CD 经过$(2,0)$，$(1,10)$时，$y=-10x+20$，此时 $m=-10$，符合题意，

当射线 CD 经过$(2,0)$，$(3,8)$时，$y=8x-16$，此时 $m=8$，符合题意，

当射线 CD 经过$(2,0)$，$(5,6)$时，$y=2x-4$，此时 $m=2$，符合题意，

其他点都不符合题意.

解法二：设线段 AB 上的整数点为$(t,-t+11)$，则 $tm+n=-t+11$，

$\because 2m+n=0$，$\therefore (t-2)m=-t+11$，

$\therefore m=\dfrac{-t+11}{t-2}=-1+\dfrac{9}{t-2}$，

$\because -8\leqslant t\leqslant 6$，且 t 为整数，m 也是整数，

$\therefore t-2=\pm1,\pm3,\pm9$，

$\therefore t=1,m=-10$；$t=3,m=8$；$t=5,m=2$；$t=-1,m=-4$；$t=-7,m=-2$；$t=11,m=0$(不符合题意，舍去).

综上所述，符合题意的整数 m 的个数有 5 个

26. (1)**证明**：$\because$ 四边形 $ABHD$ 是矩形，

$\therefore HD=AB=2\sqrt{3}$，$\angle DHC=\angle DHB=90°$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AQM$ 中，$\angle Q=90°$，$\angle QAM=30°$，$AM=4\sqrt{3}$，

$\therefore QM=\dfrac{1}{2}AM=2\sqrt{3}$，$\therefore QM=HD$.

在$\triangle PQM$ 和$\triangle CHD$ 中，$\begin{cases}\angle QPM=\angle C,\\\angle PQM=\angle CHD,\\QM=HD,\end{cases}$，

$\therefore \triangle PQM\cong\triangle CHD$(AAS).

(2)**解**：a. 如答图①，边 PQ 扫过的面积＝平行四边形 $AQQ'D$ 的面积＋扇形 $DQ'Q''$的面积.

设 QQ'交 AM 于点 T.

$\because AQ=\sqrt{3}QM=6$，$QT\perp AM$，

$\therefore AT=AQ\cdot\cos 30°=3\sqrt{3}$，

$\therefore$边 PQ 扫过的面积为 $3\times3\sqrt{3}+\dfrac{50\times\pi\times6^2}{360}=9\sqrt{3}+5\pi$.

b. 如答图②，连接 DK. 当 DM 运动到 DH 所在直线上时，

$\because BH=AD=3$，$BK=9-4\sqrt{3}$，$CH=\dfrac{DH}{\tan 30°}=6$，

$\therefore KH=3-(9-4\sqrt{3})=4\sqrt{3}-6$，

$\therefore CK=4\sqrt{3}-6+6=4\sqrt{3}$.

$\because CD=2DH=4\sqrt{3}$，$\therefore CD=CK$，

$\therefore \angle CKD=\dfrac{1}{2}(180°-30°)=75°$，$\therefore \angle KDH=15°$.

$\because \angle QDK=30°-15°=15°$，

$\therefore$点 K 在$\triangle PQM$ 区域(含边界)内的时长为$\dfrac{4\sqrt{3}-6}{1}+\dfrac{15}{5}=(4\sqrt{3}-3)$秒.

c. 在 $\mathrm{Rt}\triangle CDH$ 中，$DH=2\sqrt{3}$，$\angle C=30°$，

$\therefore CH=\sqrt{3}DH=6$.

$\because BH=3$，$BE=d$，$\therefore EH=|3-d|$.

$\because DH=2\sqrt{3}$，$\angle DHE=90°$，

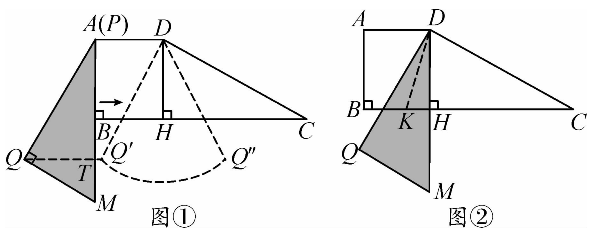
$\therefore DE^2=EH^2+DH^2=(3-d)^2+(2\sqrt{3})^2$.

$\because \angle DEF=\angle CED$，$\angle EDF=\angle C=30°$，

$\therefore \triangle DEF\backsim\triangle CED$，$\therefore DE^2=EF\cdot EC$，

$\therefore (3-d)^2+12=EF\cdot(9-d)$，$\therefore EF=\dfrac{d^2-6d+21}{9-d}$，

$\therefore CF=BC-BE-EF=9-d-\dfrac{d^2-6d+21}{9-d}=\dfrac{60-12d}{9-d}$.



第 26 题答图