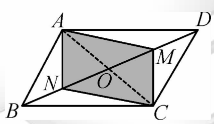
2021年河北省初中学业水平考试
数学试卷

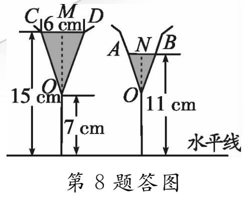
1. A　2. D　3. B　4. A　5. C　6. A

7. A 【解析】方案甲：如答图，连接 AC，∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，O 为 BD 的中点，∴$OB=OD$，$OA=OC$，∵$BN=NO$，$OM=MD$，∴$NO=OM$，∴四边形 $ANCM$ 为平行四边形，方案甲正确；方案乙：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴$AB=CD$，$AB\parallel CD$，∴$\angle ABN=\angle CDM$，∵$AN\perp BD$，$CM\perp BD$，∴$AN\parallel CM$，$\angle ANB=\angle CMD$，在△ABN 和△CDM 中，$\begin{cases}\angle ABN=\angle CDM,\\ \angle ANB=\angle CMD,\\ AB=CD,\end{cases}$ ∴△ABN≌△CDM(AAS)，∴$AN=CM$，又∵$AN\parallel CM$，∴四边形 $ANCM$ 为平行四边形，方案乙正确；方案丙：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴$\angle BAD=\angle BCD$，$AB=CD$，$AB\parallel CD$，∴$\angle ABN=\angle CDM$，∵AN 平分$\angle BAD$，CM 平分$\angle BCD$，∴$\angle BAN=\angle DCM$，在△ABN 和△CDM 中，$\begin{cases}\angle ABN=\angle CDM,\\ AB=CD,\\ \angle BAN=\angle DCM,\end{cases}$ ∴△ABN≌△CDM(ASA)，∴$AN=CM$，$\angle ANB=\angle CMD$，∴$\angle ANM=\angle CMN$，∴$AN\parallel CM$，∴四边形 $ANCM$ 为平行四边形，方案丙正确．故选 A.



第 7 题答图

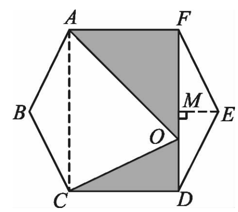
8. C 【解析】如答图，过点 O 作 $OM\perp CD$，垂足为 M，过点 O 作 $ON\perp AB$，垂足为 N，由题意可得△CDO∽△ABO，∴$\dfrac{CD}{AB}=\dfrac{OM}{ON}$，∵$OM=15-7=8$，$ON=11-7=4$，∴$\dfrac{6}{AB}=\dfrac{8}{4}$，∴$AB=3$(cm)．故选 C.



第 8 题答图

9. B

10. B 【解析】设正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 x，过点 E 作 FD 的垂线，垂足为 M，连接 AC，如答图．∵$\angle FED=120°$，$FE=ED$，∴$\angle EFD=\angle FDE=\dfrac{1}{2}(180°-\angle FED)=30°$，∵正六边形 $ABCDEF$ 的每个内角均为 $120°$．∴$\angle CDF=120°-\angle EDF=90°$．同理可得 $\angle AFD=\angle FAC=\angle ACD=90°$，∴四边形 $AFDC$ 为矩形，∵$S_{\triangle AFO}=8$，$S_{\triangle CDO}=2$，$AF=CD$，∴$S_{\triangle AFO}+S_{\triangle CDO}=\dfrac{1}{2}FO\times AF+\dfrac{1}{2}OD\times CD=\dfrac{1}{2}(FO+OD)\times AF=\dfrac{1}{2}FD\times AF=10$，∴$FD\times AF=20$，$DM=\cos30°\cdot DE=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$，$DF=2DM=\sqrt{3}x$，$EM=\sin30°\cdot DE=\dfrac{x}{2}$，∴$S_{正六边形ABCDEF}=S_{矩形AFDC}+S_{\triangle EFD}+S_{\triangle ABC}=AF\times FD+2S_{\triangle EFD}=x\cdot\sqrt{3}x+2\times\dfrac{1}{2}\sqrt{3}x\cdot\dfrac{1}{2}x=\sqrt{3}x^2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2=\dfrac{3}{2}\sqrt{3}x^2=\dfrac{3}{2}(AF\times FD)=30$．故选 B.



第 10 题答图

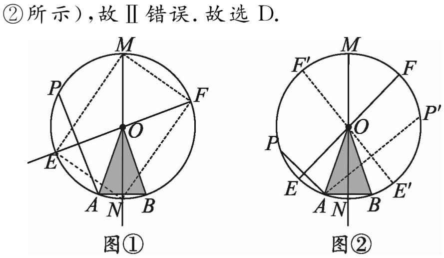
11. C　12. B

13. B 【解析】证法 1 按照定理证明的一般步骤，从已知出发经过严谨的推理论证，得出结论的正确，具有一般性，无需再证明其他形状的三角形，故 A 不正确，B 正确；定理的证明必须经过严谨的推理论证，不能用特殊情形来说明，与测量次数的多少无关，故 C，D 不正确．故选 B.

14. D 【解析】根据题意得 $5\div10\%=50$(人)，则喜欢红色的人数是 $50\times28\%=14$(人)，$50-16-5-14=15$(人)，∵柱的高度从高到低排列，且 $16>15>14>5$，∴图 2 中“(　)”应填的颜色是红色．故选 D.

15. C 【解析】A 选项，当 $c=-2$ 时，分式无意义，故该选项不符合题意；B 选项，当 $c=0$ 时，$A=\dfrac{1}{2}$，故该选项不符合题意；C 选项，$\dfrac{1+c}{2+c}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{2+2c}{2(2+c)}-\dfrac{2+c}{2(2+c)}=\dfrac{c}{2(2+c)}$，∵$c<-2$，∴$2+c<0$，$c<0$，∴$\dfrac{c}{2(2+c)}>0$，∴$A>\dfrac{1}{2}$，故该选项符合题意；D 选项，当 $c<0$ 时，∵$2(2+c)$ 的正负无法确定，∴A 与 $\dfrac{1}{2}$ 的大小无法确定，故该选项不符合题意．故选 C.

16. D 【解析】如答图①，连接 EM，EN，MF．NF．∵MN 垂直平分 AB，EF 垂直平分 AP，由“垂径定理的逆定理”可知，MN 和 EF 都是⊙O 的直径，∴$OM=ON$，$OE=OF$，∴四边形 $MENF$ 是平行四边形，∵$EF=MN$，∴四边形 $MENF$ 是矩形，故Ⅰ正确，观察图形可知当 $\angle MOF=\angle AOB$ 时，有 $S_{扇形FOM}=S_{扇形AOB}$，这样的点 P 不唯一(如答图②所示)，故Ⅱ错误．故选 D.



第 16 题答图

17. (1)a^2+b^2　(2)4　**18.** 减少　10

19. (1)(4,15)　(2)4　【解析】(1)$a=15$ 时，$y=15$，由 $\begin{cases}y=\dfrac{60}{x},\\y=15,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=4,\\y=15.\end{cases}$ 故与的交点坐标为(4,15).(2)由 $\begin{cases}y=\dfrac{60}{x},\\y=-1.2,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-50,\\y=-1.2,\end{cases}$ $\therefore A(-50,-1.2)$，由 $\begin{cases}y=\dfrac{60}{x},\\y=-1.5,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-40,\\y=-1.5,\end{cases}$ $\therefore B(-40,-1.5)$，为能看到 m 在 $A(-50,-1.2)$ 和 $B(-40,-1.5)$ 之间的一整段图象，需要将图①中坐标系的单位长度至少变为原来的 $\dfrac{1}{4}$，$\therefore$ 整数 $k=4$.

20. 解：(1)由题意可得 $Q=4m+10n$.

(2)将 $m=5\times10^4$，$n=3\times10^3$ 代入(1)中所得式子，

则 $Q=4\times5\times10^4+10\times3\times10^3=2.3\times10^5$.

21. 解：(1)嘉嘉所列方程为 $101-x=2x$，

解得 $x=33\dfrac{2}{3}$，

又$\because x$ 为整数，$\therefore x=33\dfrac{2}{3}$ 不合题意，

$\therefore$ 淇淇的说法不正确.

(2)设A品牌乒乓球有 x 个，则B品牌乒乓球有$(101-x)$个，

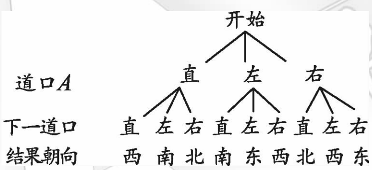
依题意得 $101-x-x\geqslant28$，解得 $x\leqslant36\dfrac{1}{2}$，

又$\because x$ 为整数，$\therefore x$ 可取的最大值为 36.

答：A品牌球最多有 36 个.

22. 解：(1)嘉淇走到十字道口 A 向北走的概率为 $\dfrac{1}{3}$.

(2)补全树状图如答图.



第 20 题答图

共有 9 种等可能的结果，嘉淇经过两个十字道口后向西参观的结果有 3 种，向南参观的结果有 2 种，向北参观的结果有 2 种，向东参观的结果有 2 种，

$\therefore$ 向西参观的概率为 $\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$，向南参观的概率 = 向北参观的概率 = 向东参观的概率 $=\dfrac{2}{9}$，

$\therefore$ 向西参观的概率大.

23. 解：(1)$\because$ 2 号飞机爬升角度为 $45°$，

$\therefore OA$ 上的点的横纵坐标相同，$\therefore A(4,4)$.

设 OA 的解析式为 $h=ks$，

$\therefore 4k=4$，$\therefore k=1$，$\therefore OA$ 的解析式为 $h=s$.

$\because$ 2 号试飞机一直保持在 1 号机的正下方，

$\therefore$ 它们的飞行的时间和飞行的水平距离相同.

$\because$ 2 号机在爬升到 A 处时水平方向上移动了 4 km，飞行的距离为 $4\sqrt{2}$ km，1 号机的飞行速度为 3 km/ min，

$\therefore$ 2 号机的爬升速度为 $4\sqrt{2}\div\dfrac{4}{3}=3\sqrt{2}$ (km/min).

(2)设 BC 的解析式为 $h=ms+n$，由题意得 $B(7,4)$，

$\therefore \begin{cases}7m+n=4,\\10m+n=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=-\dfrac{1}{3},\\n=\dfrac{19}{3}.\end{cases}$

$\therefore BC$ 的解析式为 $h=-\dfrac{1}{3}s+\dfrac{19}{3}$.

令 $h=0$，则 $s=19$.

$\therefore$ 预计 2 号机着陆点的坐标为(19,0).

(3)解法一：$\because PQ$ 不超过 3 km，

$\therefore 5-h\leqslant3$. $\therefore PQ=\begin{cases}5-s\leqslant3(0\leqslant s\leqslant4),\\1\leqslant3(4<s<7),\\5-(-\dfrac{1}{3}s+\dfrac{19}{3})\leqslant3(7\leqslant s\leqslant19),\end{cases}$

解得 $2\leqslant s\leqslant13$. $\therefore$ 两机距离 PQ 不超过 3 km 的时长为 $(13-2)\div3=\dfrac{11}{3}$(min).

解法二：当 $PQ=3$ km 时，$h=5-3=2$(km)，

当 $h=s$，得 $s=2$.

当 $h=-\dfrac{1}{3}s+\dfrac{19}{3}$ 时，有 $2=-\dfrac{1}{3}s+\dfrac{19}{3}$ 得 $s=13$，

$\therefore$ 两机距离 PQ 不超过 3 km 的时长为 $\dfrac{13-2}{3}=\dfrac{11}{3}$(min).

24. 解：(1)由题意得，$\angle A_7OA_{11}=120°$，

$\therefore \overset{\frown}{A_7A_{11}}$ 的长 $=\dfrac{120\pi\cdot6}{180}=4\pi>12$，$\therefore \overset{\frown}{A_7A_{11}}$ 比直径长.

(2)$A_7A_{11}\perp PA_1$. 理由如下：

如答图，连接 A_1A_7，A_7A_{11}.

$\because A_1A_7$ 是$\odot O$的直径，

$\therefore \angle A_7A_{11}A_1=90°$，$\therefore A_7A_{11}\perp PA_1$.

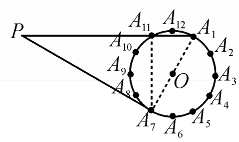
(3)$\because PA_7$ 是$\odot O$的切线，

$\therefore PA_7\perp A_1A_7$，$\therefore \angle PA_7A_1=90°$，

$\because \angle A_7OA_{11}=120°$，$\therefore \angle A_7A_1A_{11}=60°$，

$\because \angle PA_1A_7=60°$，$A_1A_7=12$，

$\therefore PA_7=A_1A_7\cdot\tan60°=12\sqrt{3}$.



第 24 题答图

25. 解：(1)图形如答图所示，由题意台阶 T_4 左边的端点坐标为(4.5,7)，右边的端点坐标为(6,7)，

对于抛物线 $y=-x^2+4x+12$，

令 $y=0$，$x^2-4x-12=0$，解得 $x_1=-2$，$x_2=6$，

$\therefore A(-2,0)$，$\therefore$ 点 A 的横坐标为 -2，

当 $x=4.5$ 时，$y=9.75>7$，

当 $x=6$ 时，$y=0<7$，

当 $y=7$ 时，$7=-x^2+4x+12$，解得 $x_1=-1$，$x_2=5$，

$\therefore$ 抛物线与台阶 T_4 有交点，交点坐标为(5,7)，

∴点 P 会落在台阶 T_4 上.

(2)由题意抛物线 C:$y=-x^2+bx+c$,经过点(5,7),且最高点的纵坐标为 11,

∴$\begin{cases}\dfrac{-4c-b^2}{-4}=11,\\ -25+5b+c=7,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=14,\\ c=-38,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}b=6,\\ c=2\end{cases}$ (舍弃),

∴抛物线 C 的解析式为 $y=-x^2+14x-38$,对称轴为直线 $x=7$,

∵台阶 T_5 的左边的端点(6,6),右边的端点为(7.5,6),

∴抛物线 C 的对称轴与台阶 T_5 有交点.

(3)对于抛物线 C:$y=-x^2+14x-38$,

令 $y=0$,得到 $x^2-14x+38=0$,解得 $x=7\pm\sqrt{11}$,

∴抛物线 C 交 x 轴的正半轴于点$(7+\sqrt{11},0)$,

当 $y=2$ 时,$2=-x^2+14x-38$,解得 $x_1=4$,$x_2=10$,

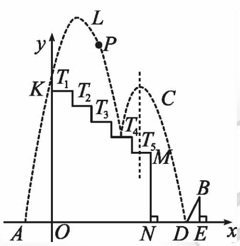
∴抛物线经过(10,2),

∵在 Rt△BDE 中,$\angle DEB=90°$,$DE=1$,$BE=2$,

∴当点 D 与$(7+\sqrt{11},0)$重合时,点 B 的横坐标的值最大,最大值为 $8+\sqrt{11}$,

当点 B 与(10,2)重合时,点 B 的横坐标最小,最小值为 10,

∴点 B 横坐标的最大值比最小值大 $\sqrt{11}-2$.



第 25 题答图

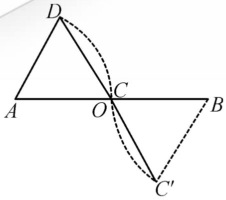
26. **[论证]证明**:∵$AD\parallel BC$,∴$\angle A=\angle B$,$\angle C=\angle D$,

在△AOD 和△BOC 中,$\begin{cases}\angle A=\angle B,\\ AD=BC,\\ \angle D=\angle C,\end{cases}$

∴△AOD≌△BOC(ASA),∴$AO=BO$,

∵$AO+BO=AB=20$,∴$AO=10$.

[发现]解:a. 设 AB 的中点为 O,如答图①.



第 26 题答图①

当 AD 从初始位置 AO 绕点 A 逆时针旋转 60°时,BC 也从初始位置 BC'绕点 B 逆时针旋转 60°,

∵$BO=BC'=10$,

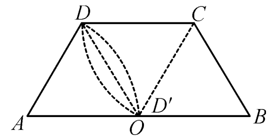
∴△$BC'O$ 是等边三角形,

∴BC 旋转到 BO 的位置,即 C 与 O 重合,

∵$AO=AD=CD=10$,

∴△ADC 是等边三角形,∴$\angle ADC=60°$;

b. 如答图②.



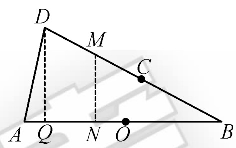
第 26 题答图②

当 AD 从 AO 绕 A 逆时针旋转 60°时,CD 从 CD'的位置开始也旋转 60°,故△ADO 和△CDO 都是等边三角形,

∴$\angle ADC=120°$,

综上所述,$\angle ADC$ 为 60°或 120°.

[尝试]解:取线段 CD 的中点 M,当点 M 与点 B 距离最大时,D,C,B 共线,过点 D 作 $DQ\perp AB$ 于点 Q,过点 M 作 $MN\perp AB$ 于点 N,如答图③.



第 26 题答图③

由已知可得 $AD=10$,$BD=BC+CD=20$,$BM=CM+BC=15$,

设 $AQ=x$,则 $BQ=20-x$,

∵$AD^2-AQ^2=DQ^2=BD^2-BQ^2$,

∴$100-x^2=400-(20-x)^2$,解得 $x=\dfrac{5}{2}$,

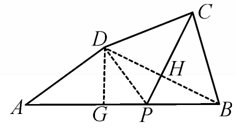
∴$AQ=\dfrac{5}{2}$,∴$DQ=\sqrt{AD^2-AQ^2}=\dfrac{5\sqrt{15}}{2}$,

∵$DQ\perp AB$,$MN\perp AB$,

∴$MN\parallel DQ$,∴$\dfrac{MN}{DQ}=\dfrac{BM}{BD}$,即$\dfrac{MN}{\frac{5\sqrt{15}}{2}}=\dfrac{15}{20}$,

∴$MN=\dfrac{15\sqrt{15}}{8}$,∴点 M 到 AB 的距离为$\dfrac{15\sqrt{15}}{8}$.

[拓展]解:(1)设直线 CP 交 DB 于点 H,过点 D 作 $DG\perp AB$ 于点 G,连接 DP,BD,如答图④.



第 26 题答图④

∵$BC=DC=10$,CP 平分$\angle BCD$,

∴$\angle BHC=\angle DHC=90°$,$BH=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{2}d$,

设 $BG=m$,则 $AG=20-m$,

∵$AD^2-AG^2=BD^2-BG^2$,

∴$100-(20-m)^2=d^2-m^2$,

∴$m=\dfrac{d^2+300}{40}$,∴$BG=\dfrac{d^2+300}{40}$,

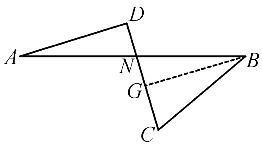
∵$\angle BHP=\angle BGD=90°$,$\angle PBH=\angle DBG$,

$\therefore \triangle BHP \backsim \triangle BGD$，$\therefore \dfrac{BP}{BD}=\dfrac{BH}{BG}$，

$\therefore BP=\dfrac{BH\cdot BD}{BG}=\dfrac{20d^2}{d^2+300}$.

(2)方法一：

过 B 作 $BG\perp CD$ 于点 G，记 CD 与 AB 的交点为 N，如答图⑤.



第 26 题答图⑤

设 $AN=t$，则 $BN=20-t$，$DN=\sqrt{AN^2-AD^2}=\sqrt{t^2-100}$，

$\because \angle D=\angle BGN=90°$，$\angle AND=\angle BNG$，

$\therefore \triangle ADN\backsim\triangle BGN$，$\therefore \dfrac{NG}{DN}=\dfrac{BN}{AN}=\dfrac{BG}{AD}$，即 $\dfrac{NG}{\sqrt{t^2-100}}=\dfrac{20-t}{t}=\dfrac{BG}{10}$，

$\therefore NG=\dfrac{(20-t)\sqrt{t^2-100}}{t}$，$BG=\dfrac{200-10t}{t}$，

Rt$\triangle BCG$ 中，$BC=10$，

$\therefore CG=\sqrt{BC^2-BG^2}=\dfrac{20\sqrt{10t-100}}{t}$，

$\because CD=10$，$\therefore DN+NG+CG=10$，

即 $\sqrt{t^2-100}+\dfrac{(20-t)\sqrt{t^2-100}}{t}+\dfrac{20\sqrt{10t-100}}{t}=10$，

$\therefore t\sqrt{t^2-100}+(20-t)\sqrt{t^2-100}+20\sqrt{10t-100}=10t$，

$20\sqrt{t^2-100}+20\sqrt{10t-100}=10t$，

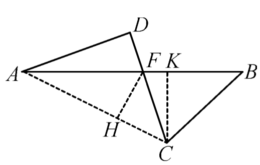
即 $2\sqrt{t^2-100}=t-2\sqrt{10t-100}$，

两边平方，整理得 $3t^2-40t=-4t\sqrt{10t-100}$，

$\because t\neq 0$，$\therefore 3t-40=-4\sqrt{10t-100}$，解得 $t_1=\dfrac{200+40\sqrt{7}}{9}$ (大于 20，舍去)，$t_2=\dfrac{200-40\sqrt{7}}{9}$，

$\therefore AN=\dfrac{200-40\sqrt{7}}{9}$，$\therefore \cos\alpha=\dfrac{AD}{AN}=\dfrac{10}{\dfrac{200-40\sqrt{7}}{9}}=\dfrac{5+\sqrt{7}}{8}$.

方法二：连接 AC，记 CD 与 AB 的交点为 F，过点 C 作 $CK\perp AB$ 于点 K，过点 F 作 $FH\perp AC$ 于点 H，如答图⑥.



第 26 题答图⑥

$\because AD=CD=10$，$AD\perp DC$，$\therefore AC^2=200$，

$\because AC^2-AK^2=BC^2-BK^2$，

$\therefore 200-AK^2=100-(20-AK)^2$，解得 $AK=\dfrac{25}{2}$，

$\therefore CK=\sqrt{AC^2-AK^2}=\dfrac{5\sqrt{7}}{2}$，

Rt$\triangle ACK$ 中，$\tan\angle KAC=\dfrac{CK}{AK}=\dfrac{\sqrt{7}}{5}$，

Rt$\triangle AFH$ 中，$\tan\angle KAC=\dfrac{FH}{AH}=\dfrac{\sqrt{7}}{5}$，

设 $FH=\sqrt{7}n$，则 $CH=FH=\sqrt{7}n$，$AH=5n$，

$\because AC=AH+CH=10\sqrt{2}$，

$\therefore 5n+\sqrt{7}n=10\sqrt{2}$，解得 $n=\dfrac{10\sqrt{2}}{5+\sqrt{7}}$，

$\therefore AF=\sqrt{AH^2+FH^2}=\sqrt{32}n=\sqrt{32}\cdot\dfrac{10\sqrt{2}}{5+\sqrt{7}}=\dfrac{80}{5+\sqrt{7}}$，

Rt$\triangle ADF$ 中，$\cos\alpha=\dfrac{AD}{AF}=\dfrac{10}{\dfrac{80}{5+\sqrt{7}}}=\dfrac{5+\sqrt{7}}{8}$.

2020 年河北省初中学业水平考试

数学试卷

1. D **2.** D **3.** C **4.** D **5.** B **6.** B **7.** D **8.** A **9.** B

10. B **11.** A **12.** A **13.** C **14.** A

15. C 【解析】$y=x(4-x)=-x^2+4x=-(x-2)^2+4$，$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为$(2,4)$，$\therefore$ 在抛物线上的点 P 的纵坐标最大为 4，$\therefore$ 甲，乙的说法正确；若 $b=3$，则抛物线上纵坐标为 3 的点有 2 个，丙的说法不正确. 故选 C.

16. B 【解析】当选取的三块纸片的面积分别是 1，4，5 时，围成的直角三角形的面积是 $\dfrac{\sqrt{1}\times\sqrt{4}}{2}=\dfrac{\sqrt{4}}{2}$；当选取的三块纸片的面积分别是 2，3，5 时，围成的直角三角形的面积是 $\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$；当选取的三块纸片的面积分别是 3，4，5 时，围成的三角形不是直角三角形；当选取的三块纸片的面积分别是 2，2，4 时，围成的直角三角形的面积是 $\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{4}}{2}$. $\because \dfrac{\sqrt{6}}{2}>\dfrac{\sqrt{4}}{2}$，$\therefore$ 所围成的三角形是面积最大的直角三角形时选取的三块纸片的面积分别是 2，3，5. 故选 B.

17. 6 **18.** 12

19. (1)-16 (2)5 (3)7 【解析】(1)$\because$ 每个台阶的高和宽分别是 1 和 2，$\therefore T_1(-16,1)$，$T_2(-14,2)$，$T_3(-12,3)$，$T_4(-10,4)$，$T_5(-8,5)$，$T_6(-6,6)$，$T_7(-4,7)$，$T_8(-2,8)$. $\because L$ 过点 T_1，$\therefore k=-16\times1=-16$. (2)$\because L$ 过点 T_4，$\therefore k=-10\times4=-40$，$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y=-\dfrac{40}{x}$，当 $x=-8$ 时，$y=5$，$\therefore T_5$ 在反比例函数图象上，$\therefore m=5$. (3)若曲线 L 过点 $T_1(-16,1)$，$T_8(-$

2,8)时,$k=-16$,若曲线 L 过点 $T_2(-14,2)$,$T_7(-4,7)$时,$k=-28$,若曲线 L 过点 $T_3(-12,3)$,$T_6(-6,6)$时,$k=-36$,若曲线 L 过点 $T_4(-10,4)$,$T_5(-8,5)$时,$k=-40$.∵曲线 L 使得 $T_1\sim T_8$ 这些点分布在它的两侧,每侧各 4 个点,∴$-36<k<-28$,∴k 的整数值有$-35,-34,-33,-32,-31,-30,-29$共 7 个.

20. 解:(1)$\frac{(-9)+5}{2}=\frac{-4}{2}=-2$;

(2)根据题意得$\frac{-9+5+m}{3}<m$,

去分母,得$-4+m<3m$

移项整理,得$-2m<4$,

系数化为 1,得 $m>-2$,

∵m 是负整数,∴$m=-1$.

21. 解:(1)A 区显示的结果为 $25+2a^2$,B 区显示的结果为 $-16-6a$.

(2)这个和不能为负数.理由如下:

根据题意得 $25+4a^2+(-16-12a)=4a^2-12a+9=(2a-3)^2$.

∵$(2a-3)^2\geqslant0$,

∴这个和不能为负数.

22. 解:(1)①在$\triangle AOE$ 和$\triangle POC$ 中,

$\begin{cases}OA=OP,\\ \angle AOE=\angle POC,\\ OE=OC,\end{cases}$

∴$\triangle AOE\cong\triangle POC$(SAS).

②$\angle1+\angle C=\angle2$.理由如下:

∵$\triangle AOE\cong\triangle POC$,∴$\angle E=\angle C$,

∵$\angle1+\angle E=\angle2$,

∴$\angle1+\angle C=\angle2$.

(2)当$\angle C$ 最大时,CP 与小半圆相切,如答图,

∵CP 与小半圆相切,

∴$\angle OPC=90°$,

∴$\triangle OPC$ 为直角三角形.

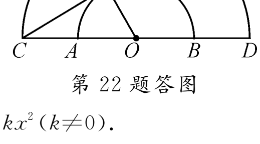
∵$OC=2OA=2$,

∴$OC=2OP$,

∴$\angle OCP=30°$,

∴$\angle DOE=\angle OPC+\angle OCP=120°$,

∴$S_{扇形ODE}=\frac{120\pi\times2^2}{360}=\frac{4}{3}\pi$.



第 22 题答图

23. 解:(1)设 $W=kx^2(k\neq0)$.

∵当 $x=3$ 时,$W=3$,∴$3=9k$,解得 $k=\frac{1}{3}$,

∴W 与 x 的函数关系式为 $W=\frac{1}{3}x^2$.

(2)①设薄板的厚度为 x 厘米,则厚板的厚度为$(6-x)$厘米,

则 $Q=W_{厚}-W_{薄}=\frac{1}{3}(6-x)^2-\frac{1}{3}x^2=-4x+12$,

即 Q 与 x 的函数关系式为 $Q=-4x+12$;

②∵Q 是 $W_{薄}$ 的 3 倍,

∴$-4x+12=3\times\frac{1}{3}x^2$,

整理得 $x^2+4x-12=0$,

解得 $x_1=2$,$x_2=-6$(不合题意舍去),

故 x 为 2 时,Q 是 $W_{薄}$ 的 3 倍.

24. 解:(1)∵直线 l:$y=kx+b$ 中,当 $x=-1$ 时,$y=-2$;当 $x=0$ 时,$y=1$,

∴$\begin{cases}-k+b=-2,\\ b=1,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}k=3,\\ b=1,\end{cases}$

∴直线 l 的解析式为 $y=3x+1$.

(2)依题意可得直线 l'的解析式为 $y=x+3$,如答图,

联立直线 l 和 l'的解析式得$\begin{cases}y=x+3,\\ y=3x+1,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=1,\\ y=4,\end{cases}$

∴两直线的交点为 $A(1,4)$,

∵直线 l':$y=x+3$ 与 y 轴的交点为 $B(0,3)$,

∴直线 l' 被直线 l 和 y 轴所截线段的长为 $AB=\sqrt{1^2+(4-3)^2}=\sqrt{2}$.

(3)把 $y=a$ 代入 $y=3x+1$,得 $a=3x+1$,解得$x=\frac{a-1}{3}$;

把 $y=a$ 代入 $y=x+3$,得 $a=x+3$,解得 $x=a-3$;

分三种情况:①当第三点在 y 轴上时,$a-3+\frac{a-1}{3}=0$,

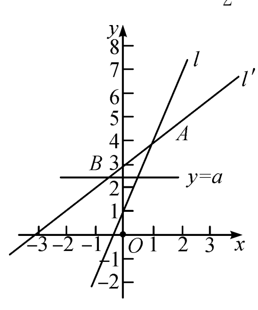
解得 $a=\frac{5}{2}$;

②当第三点在直线 l 上时,$2\times\frac{a-1}{3}=a-3$,解得 $a=7$;

③当第三点在直线 l'上时,$2\times(a-3)=\frac{a-1}{3}$,

解得 $a=\frac{17}{5}$;

∴直线 $y=a$ 与直线 l,l'及 y 轴有三个不同的交点,且其中两点关于第三点对称,则 a 的值为$\frac{5}{2}$或 7 或$\frac{17}{5}$.



第 24 题答图

25. 解:(1)∵经过第一次移动游戏,甲的位置停留在正半轴上,

∴必须甲对乙错,

∵一共有四种情形,都对或都错,甲对乙错,甲错乙对,

∴$P=\frac{1}{4}$.

(2)根据题意可得,乙 n 次答对,向西移动 $4n$,乙$(10-n)$次答错,向东移了 $2(10-n)$,

∴$m=5-4n+2(10-n)=25-6n$.

∴当 $n=4$ 时,乙离原点最近.

(3)k 为 3 或 5. **【解析】**起初,甲、乙的距离是 8,易知,当甲、乙一对一错时,二者之间距离缩小 2,当甲、乙同时答对答错时,二者之间的距离缩小 2,∴当进行了 k 次移动游戏后,甲与乙的位置相距 2 个单位时,共缩小了 6 个单位或 10 个单位,∴$6\div 2=3$ 或 $10\div 2=5$,

∴$k=3$或 $k=5$.

26. **解**:(1)过点 A 作 $AH\perp BC$ 于点 H,如答图①.

∵$AB=AC$,$AH\perp BC$,

∴$BH=CH=4$,$\angle B=\angle C$,

∴$\tan\angle B=\tan\angle C=\frac{AH}{BH}=\frac{3}{4}$,

∴$AH=3$,$AB=AC=\sqrt{AH^2+BH^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

∴当点 P 在 BC 上时,$PA\perp BC$ 时,点 P 到 A 的距离最短,最短距离为 3.

(2)如答图①,∵$\angle APQ=\angle B$,

∴$PQ/\!/BC$,∴$\Delta APQ\backsim\Delta ABC$,

∵PQ 将 ΔABC 的面积分成上下 4:5,

∴$\frac{S_{\Delta APQ}}{S_{\Delta ABC}}=(\frac{AP}{AB})^2=\frac{4}{9}$,

∴$\frac{AP}{AB}=\frac{2}{3}$,∴$AP=\frac{10}{3}$,

∴$PM=AP-AM=\frac{10}{3}-2=\frac{4}{3}$.

(3)当 $0\leqslant x\leqslant 3$ 时,过点 P 作 $PJ\perp CA$ 交 CA 的延长线于点 J,如答图②.

∵$PQ/\!/BC$,∴$\frac{AP}{AB}=\frac{PQ}{BC}$,$\angle AQP=\angle C$,

∴$\frac{x+2}{5}=\frac{PQ}{8}$,∴$PQ=\frac{8}{5}(x+2)$,

∵$\sin\angle AQP=\sin C=\frac{3}{5}$,

∴$PJ=PQ\cdot\sin\angle AQP=\frac{8}{5}(x+2)\times\frac{3}{5}=\frac{24}{25}x+\frac{48}{25}$.

当 $3<x\leqslant 9$ 时,过点 P 作 $PJ\perp AC$ 于点 J,如答图③.

∵$PC=AB+BC-AM-x=11-x$,$\sin C=\frac{3}{5}$,

∴$PJ=PC\cdot\sin\angle C=\frac{3}{5}(11-x)=-\frac{3}{5}x+\frac{33}{5}$.

综上,$PJ=\begin{cases}\frac{24}{25}x+\frac{48}{25}(0\leqslant x\leqslant 3),\\ -\frac{3}{5}x+\frac{33}{5}(3<x\leqslant 9).\end{cases}$

(4)由题意点 P 的运动速度为 $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$ 单位长度/秒.

当 $3<x\leqslant 9$ 时,设点 P 移动的路程为 x,$CQ=y$.

∵$\angle APC=\angle B+\angle BAP=\angle APQ+\angle CPQ$,$\angle APQ=\angle B$,

∴$\angle BAP=\angle CPQ$,

∵$\angle B=\angle C$,∴$\triangle ABP\backsim\triangle PCQ$,

∴$\frac{AB}{CP}=\frac{BP}{CQ}$,∴$\frac{5}{11-x}=\frac{x-3}{y}$,

∴$y=-\frac{1}{5}(x-7)^2+\frac{16}{5}$,

∵$-\frac{1}{5}<0$,

∴$x=7$ 时,y 有最大值,最大值为$\frac{16}{5}$,

∵$AK=\frac{9}{4}$,

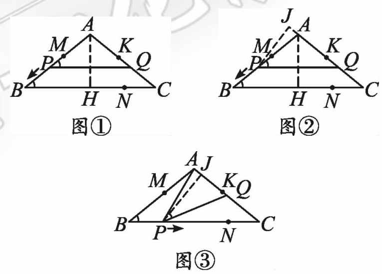
∴$CK=5-\frac{9}{4}=\frac{11}{4}<\frac{16}{5}$,

当 $y=\frac{11}{4}$时,$\frac{11}{4}=-\frac{1}{5}(x-7)^2+\frac{16}{5}$,

解得 $x_1=\frac{11}{2}$,$x_2=\frac{17}{2}$,

∴点 K 被扫描到的总时长为

$[(5-\frac{9}{4}+6-(\frac{17}{2}-\frac{11}{2})]\div\frac{1}{4}=23$(秒).



图①　图②　图③

第 26 题答图

2019 年河北省初中学业水平考试
数学试卷

1. D　**2.** B　**3.** B　**4.** A　**5.** D　**6.** C　**7.** C　**8.** D　**9.** C　**10.** C　**11.** D　**12.** A

13. B　**【解析】**∵$\frac{(x+2)^2}{x^2+4x+4}-\frac{1}{x+1}=\frac{(x+2)^2}{(x+2)^2}-\frac{1}{x+1}=1-\frac{1}{x+1}=\frac{x}{x+1}$,$x$ 为正整数,∴$\frac{1}{2}\leqslant\frac{x}{x+1}<1$,故表示$\frac{(x+2)^2}{x^2+4x+4}-\frac{1}{x+1}$的值的点落在段②内.故选 B.

14. A　**【解析】**∵$S_{主}=x^2+2x=x(x+2)$,$S_{左}=x^2+x=x(x+1)$,∴俯视图的长为 $x+2$,宽为 $x+1$,则俯视图的面积 $S_{俯}=(x+2)(x+1)=x^2+3x+2$.故选 A.

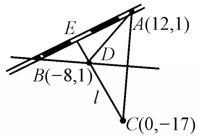
15. A　**【解析】**∵小刚在解关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$$(a\neq 0)$时,只抄对了 $a=1$,$b=4$,解出其中一个根是 $x=-1$,∴$(-1)^2-4+c=0$,解得 $c=3$,故原方程中 $c=5$,则

$b^2-4ac=16-4\times1\times5=-4<0$，则原方程的根的情况是不存在实数根.故选 A.

16. B 【**解析**】甲的思路正确，长方形对角线最长，只要对角线能通过就可以，但是计算错误，应为 $n=14$；乙的思路与计算都正确；丙的思路与计算都错误，图示情况不是最长.故选 B.

17. -3 **18.** (1)$3x$ (2)1

19. (1)20 (2)13 【**解析**】(1)由 A，B 两点的纵坐标相同可知 $AB\parallel x$ 轴，$\therefore AB=12-(-8)=20$(km)；(2)如答图，过点 C 作 $l\perp AB$ 于点 E，连接 AC，作 AC 的垂直平分线交直线 l 于点 D.由(1)可知 $CE=1-(-17)=18$，$AE=12$.设 $CD=x$，$\therefore AD=CD=x$，由勾股定理可知 $x^2=(18-x)^2+12^2$，解得 $x=13$，$\therefore CD=13$(km).



第 19 题答图

20. 解：(1)$1+2-6-9=-12$.

(2)$\because 1\div2\times6\square9=-6$，

$\therefore 1\times\frac{1}{2}\times6\square9=-6$，

$\therefore 3\square9=-6$，

$\therefore$ □内的符号是“$-$”.

(3)这个最小数是-20.

【**解析**】$\because$ 在“$1\square2\square6-9$”的□内填入符号后，使计算所得数最小，$\therefore$ 只需 $1\square2\square6$ 的结果最小即可，$\therefore 1\square2\square6$ 的最小值是 $1-2\times6=-11$，$\therefore 1\square2\square6-9$ 的最小值是 $-11-9=-20$，$\therefore$ 这个最小数是-20.

21. 解：**尝试** $A=(n^2-1)^2+(2n)^2=n^4-2n^2+1+4n^2=n^4+2n^2+1$.

发现 $\because n^4+2n^2+1=(n^2+1)^2$，$A=B^2$，$B>0$，

$\therefore B=n^2+1$.

联想 17 37

【**解析**】当 $2n=8$ 时，$n=4$，$\therefore n^2+1=4^2+1=17$；当 $n^2-1=35$ 时，$n^2+1=37$.

22. 解：(1)$\because P$(一次拿到 8 元球)$=\frac{1}{2}$，

$\therefore$ 8 元球的个数为 $4\times\frac{1}{2}=2$(个)，

$\therefore$ 这 4 个球价格的众数为 8 元.

(2)①所剩的 3 个球价格的中位数与原来 4 个球价格的中位数相同.理由如下：

原来 4 个球的价格按照从小到大的顺序排列为 7，8，8，9，

$\therefore$ 原来 4 个球价格的中位数为 $\frac{8+8}{2}=8$(元)，

所剩的 3 个球价格为 8，8，9，

$\therefore$ 所剩的 3 个球价格的中位数为 8 元，

$\therefore$ 所剩的 3 个球价格的中位数与原来 4 个球价格的中位数相同；

②列表如答图所示，共有 9 种等可能的结果，乙组两次都拿到 8 元球的结果有 4 种，

$\therefore$ 乙组两次都拿到 8 元球的概率为 $\frac{4}{9}$.

先拿＼又拿	8	8	9
8	8，8	8，8	8，9
8	8，8	8，8	8，9
9	9，8	9，8	9，9

23. 证明：(1)在△ABC 和△ADE 中，

$$\begin{cases}AB=AD,\\ \angle B=\angle D,\\ BC=DE,\end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle ADE$(SAS)，

$\therefore \angle BAC=\angle DAE$，

即 $\angle BAD+\angle DAC=\angle DAC+\angle CAE$，

$\therefore \angle BAD=\angle CAE$.

(2)**解**：$\because AD=6$，$AP=x$，

$\therefore PD=6-x$.

当 $AD\perp BC$ 时，AP 取最小值，此时 $AP=\frac{1}{2}AB=3$，

$\therefore PD=6-3=3$ 为 PD 的最大值.

(3)**解**：设 $\angle BAP=\alpha$，则 $\angle APC=\alpha+30°$.

$\because AB\perp AC$，

$\therefore \angle BAC=90°$，$\angle PCA=60°$，$\angle PAC=90°-\alpha$.

$\because I$ 为△APC 的内心，

$\therefore AI$，CI 分别平分 $\angle PAC$，$\angle PCA$，

$\therefore \angle IAC=\frac{1}{2}\angle PAC$，$\angle ICA=\frac{1}{2}\angle PCA$，

$\therefore \angle AIC=180°-(\angle IAC+\angle ICA)$

$=180°-\frac{1}{2}(\angle PAC+\angle PCA)$

$=180°-\frac{1}{2}(90°-\alpha+60°)$

$=\frac{1}{2}\alpha+105°$.

$\because 0<\alpha<90°$，

$\therefore 105°<\frac{1}{2}\alpha+105°<150°$，即 $105°<\angle AIC<150°$，

$\therefore m=105$，$n=150$.

24. 解：(1)①排尾从位置 O 开始行进的时间为 t(s)，则排头也离开原排头 t(s)，

$\therefore S_{头}=2t+300$；

②甲从排尾赶到排头的时间为

$300\div(2v-v)=300\div v=300\div 2=150(\mathrm{s})$，

此时 $S_{头}=2t+300=600(\mathrm{m})$，

甲返回时间为$(t-150)\mathrm{s}$，

$\therefore S_{甲}=600-S_{甲回}=600-4(t-150)=-4t+1\ 200$，

$\therefore S_{头}$ 与 t 的函数关系式为 $S_{头}=2t+300$.

当甲赶到排头位置时，S 的值为 600 m，在甲从排头返回到排尾过程中，$S_{甲}$ 与 t 的函数关系式为 $S_{甲}=-4t+1\ 200$.

(2)$T=t_{追及}+t_{返回}=\dfrac{300}{2v-v}+\dfrac{300}{2v+v}=\dfrac{400}{v}$，

在甲这次往返队伍的过程中队伍行进的路程为 $v\times\dfrac{400}{v}=400(\mathrm{m})$，

$\therefore T$ 与 v 的函数关系式为 $T=\dfrac{400}{v}$，队伍在此过程中行进的路程为 400 m.

25. 解：(1)$\because AP$ 经过圆心 O，CP 与$\odot O$ 相切于点 P，

$\therefore\angle APC=90°$.

$\because\square ABCD$，$\therefore AD/\!/BC$，

$\therefore\angle PBC=\angle DAB$，

$\therefore\dfrac{CP}{BP}=\tan\angle PBC=\tan\angle DAB=\dfrac{4}{3}$.

设 $CP=4k$，则 $BP=3k$，

由 $CP^2+BP^2=BC^2$，得$(4k)^2+(3k)^2=15^2$，

解得 $k_1=-3$(舍去)，$k_2=3$，

$\therefore x=BP=3\times 3=9$，

故当 $x=9$ 时，圆心 O 落在 AP 上.

$\because AP$ 是$\odot O$ 的直径，$\therefore\angle AEP=90°$，

$\therefore PE\perp AD$.

$\because BC/\!/AD$，$\therefore PE\perp BC$.

(2)如答图①，过点 C 作 $CG\perp AP$ 于点 G，

$\because\square ABCD$，$\therefore BC/\!/AD$，

$\therefore\angle CBG=\angle DAB$，

$\therefore\dfrac{CG}{BG}=\tan\angle CBG=\tan\angle DAB=\dfrac{4}{3}$.

设 $CG=4m$，则 $BG=3m$，由勾股定理得$(4m)^2+(3m)^2=15^2$，解得 $m=3$($m=-3$ 舍去)，

$\therefore CG=4\times 3=12$，$BG=3\times 3=9$，$PG=BG-BP=9-4=5$，$AP=AB+BP=3+4=7$，

$\therefore AG=AB+BG=3+9=12$，

$\therefore\tan\angle CAP=\dfrac{CG}{AG}=\dfrac{12}{12}=1$，$\therefore\angle CAP=45°$.

连接 OP，OQ，过点 O 作 $OH\perp AP$ 于点 H，则$\angle POQ=2\angle CAP=2\times 45°=90°$，$PH=\dfrac{1}{2}AP=\dfrac{7}{2}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle CPG$ 中，$CP=\sqrt{PG^2+CG^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$，

$\because CP$ 是$\odot O$ 的切线，

$\therefore\angle OPC=\angle OHP=90°$，$\angle OPH+\angle CPG=90°$，$\angle PCG+\angle CPG=90°$，

$\therefore\angle OPH=\angle PCG$，$\therefore\triangle OPH\backsim\triangle PCG$，

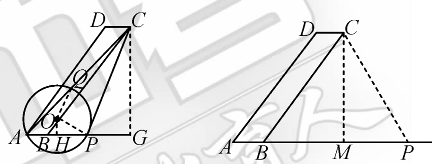
$\therefore\dfrac{PH}{OP}=\dfrac{CG}{CP}$，即 $PH\times CP=CG\times OP$，$\dfrac{7}{2}\times 13=12OP$，

$\therefore OP=\dfrac{91}{24}$，$\therefore$劣弧$\overset{\frown}{PQ}$的长度为$\dfrac{90\pi\times\frac{91}{24}}{180}=\dfrac{91}{48}\pi$，

$\because\dfrac{91}{48}\pi<2\pi<7$，$\therefore$弦 AP 的长度$>$劣弧$\overset{\frown}{PQ}$的长度.

(3)$x\geqslant 18$

【解析】如答图②，$\odot O$ 与线段 AD 只有一个公共点，即圆心 O 位于直线 AB 下方，且$\angle OAD\geqslant 90°$，过点 C 作 $CM\perp AB$ 于点 M，当$\angle OAD=90°$，$\angle CPM=\angle DAB$ 时，此时 BP 取得最小值，$\because\angle DAB=\angle CBP$，$\therefore\angle CPM=\angle CBP$，$\therefore CB=CP$. $\because CM\perp AB$，$\therefore BP=2BM$. $\because AD/\!/BC$，$\therefore\angle CBM=\angle DAB$，$\therefore\tan\angle CBM=\dfrac{MC}{BM}=\tan\angle DAB=\dfrac{4}{3}$. 又$\because BC=15$，$BC^2+BM^2+MC^2$，$\therefore BM=9$，$\therefore BP=18$，$\therefore x\geqslant 18$.



第 25 题答图

26. 解：(1)当 $x=0$ 时，$y=x-b=-b$，$\therefore B(0,-b)$，

$\because AB=8$，$A(0,b)$，$\therefore b-(-b)=8$，

$\therefore b=4$，$\therefore L$：$y=-x^2+4x$，

$\therefore L$ 的对称轴为直线 $x=2$.

当 $x=2$ 时，$y=x-4=-2$，

$\therefore L$ 的对称轴与 a 的交点为$(2,-2)$.

(2)$\because y=-\left(x-\dfrac{b}{2}\right)^2+\dfrac{b^2}{4}$，$\therefore C\left(\dfrac{b}{2},\dfrac{b^2}{4}\right)$.

$\because$点 C 在 l 下方，

$\therefore C$ 与 l 的距离 $b-\dfrac{b^2}{4}=-\dfrac{1}{4}(b-2)^2+1\leqslant 1$，

$\therefore$点 C 与 l 距离的最大值为 1.

(3)由题意得 $y_3=\dfrac{y_1+y_2}{2}$，即 $y_1+y_2=2y_3$，

得 $b+x_0-b=2(-x_0^2+bx_0)$，

解得 $x_0=0$ 或 $x_0=b-\dfrac{1}{2}$.

又$\because x_0\neq 0$，$\therefore x_0=b-\dfrac{1}{2}$.

对于 L，当 $y=0$ 时，$0=-x^2+bx$，即 $0=-x(x-b)$，

解得 $x_1=0$，$x_2=b$.

$\because b>0$，$\therefore D(b,0)$，

$\therefore$点$(x_0,0)$与点 D 间的距离 $b-\left(b-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$.

(4)当 $b=2\ 019$ 时,"美点"个数为 4 040 个;当 $b=2\ 019.5$ 时,"美点"个数为 1 010 个.

【解析】当 $b=2\ 019$ 时,抛物线解析式 $L:y=-x^2+2\ 019x$,直线解析式 $a:y=x-2\ 019$. 联立两个解析式可得 $x_1=-1,x_2=2\ 019$,∴可知每一个整数 x 的值都对应的一个整数 y 值,且 -1 和 2 019 之间(包括 -1 和 2 019)共有 2 021 个整数. ∵所围成的封闭图形边界分线段和抛物线两部分,∴线段和抛物线上各有 2 021 个整数点,∴总计 4 042 个点. ∵这两段图象交点有 2 个点重复,∴"美点"的个数为 $4\ 042-2=4\ 040$(个). 当 $b=2\ 019.5$ 时,抛物线解析式 $L:y=-x^2+2\ 019.5x$,直线解析式 $a:y=x-2\ 019.5$,联立两个解析式可得 $x_1=-1,x_2=2\ 019.5$,∴当 x 取整数时,在一次函数 $y=x-2\ 019.5$ 上,y 取不到整数值,因此在该图象上"美点"为 0,在二次函数 $y=-x^2+2\ 019.5x$ 图象上,当 x 为偶数时,函数值 y 可取整数,可知 -1 到 2 019.5 之间有 1 010 个偶数,因此"美点"共有 1 010 个. 故 $b=2\ 019$ 时"美点"的个数为 4 040 个,$b=2\ 019.5$ 时"美点"的个数为 1 010 个.

2018 年河北省初中学业水平考试
数学试卷

1. A　**2.** B　**3.** C　**4.** C　**5.** C　**6.** D　**7.** A　**8.** B　**9.** D

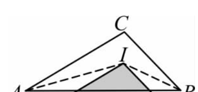
10. B　**11.** A

12. B　【解析】原正方形的周长为 a cm,原正方形的边长为 $\frac{a}{4}$ cm,将它按题图的方式向外等距扩 1 cm,新正方形的边长为$(\frac{a}{4}+2)$ cm,则新正方形的周长为 $4(\frac{a}{4}+2)=(a+8)$(cm),∴需要增加的长度为 $a+8-a=8$(cm). 故选 B.

13. A　【解析】∵$2^n+2^n+2^n+2^n=2$,∴$4\cdot 2^n=2$,∴$2\cdot 2^n=1$,∴$2^{1+n}=1$,∴$1+n=0$,∴$n=-1$. 故选 A.

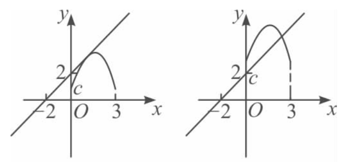
14. D　【解析】∵$\frac{x^2-2x}{x-1}\div\frac{x^2}{1-x}=\frac{x^2-2x}{x-1}\cdot\frac{1-x}{x^2}=\frac{x^2-2x}{x-1}\cdot\frac{-(x-1)}{x^2}=\frac{x(x-2)}{x-1}\cdot\frac{-(x-1)}{x^2}=\frac{-(x-2)}{x}=\frac{2-x}{x}$,∴出现错误的是乙和丁. 故选 D.

15. B　【解析】如答图,连接 AI,BI. ∵点 I 为 $\triangle ABC$ 的内心,∴AI 平分 $\angle CAB$,∴$\angle CAI=\angle BAI$. 由平移得 $AC\parallel DI$,∴$\angle CAI=\angle AID$,∴$\angle BAI=\angle AID$,∴$AD=DI$,同理可得 $BE=EI$,∴$\triangle DIE$ 的周长为 $DE+DI+EI=DE+AD+BE=AB=4$,即图中阴影部分的周长为 4. 故选 B.



第 15 题答图

16. D　【解析】∵抛物线 $L:y=-x(x-3)+c(0\leqslant x\leqslant 3)$ 与直线 $l:y=x+2$ 有唯一公共点,∴a. 如答图①,抛物线与直线相切,联立解析式 $\begin{cases}y=-x(x-3)+c,\\y=x+2,\end{cases}$ 得 $x^2-2x+2-c=0$,$\Delta=(-2)^2-4(2-c)=0$,解得 $c=1$,当 $c=1$ 时,抛物线 L 与直线 l 只有一个交点,和题目相符;b. 如答图②,抛物线与直线不相切,但在 $0\leqslant x\leqslant 3$ 上只有一个交点,此时两个临界值分别为(0,2)和(3,5)在抛物线上,∴c 的最小值为 2,但取不到,c 的最大值为 5,能取到,∴$2<c\leqslant 5$. 又∵c 为整数,∴$c=3,4$ 或 5. 综上所述,$c=1,3,4$ 或 5,∴甲、乙的结果合在一起也不正确. 故选 D.



第 16 题答图

17. 2　**18.** 0

19. 14　21　【解析】图②中的图案外轮廓周长是:$6+6+2=14$. 设 $\angle BPC=2x$,∴以 $\angle BPC$ 为内角的正多边形的边数为 $\frac{360}{180-2x}=\frac{180}{90-x}$,以 $\angle APB$ 为内角的正多边形的边数为 $\frac{360}{x}$,∴图案外轮廓周长是 $\frac{180}{90-x}-2+\frac{360}{x}-2+\frac{360}{x}-2=\frac{180}{90-x}+\frac{720}{x}-6$,根据题意可知 $2x$ 的值只能为 60°,90°,120°,144°,∴当 $x=30$ 时,周长最大,此时图案定为会标,则会标的外轮廓周长是 $\frac{180}{90-30}+\frac{720}{30}-6=21$.

20. 解:(1)原式 $=3x^2+6x+8-6x-5x^2-2$
$=-2x^2+6$.

(2)设 $\boxed{}=a$,

原式 $=(ax^2+6x+8)-(6x+5x^2+2)$
$=ax^2+6x+8-6x-5x^2-2$
$=(a-5)x^2+6$,

∵标准答案的结果是常数,

∴$a-5=0$,解得 $a=5$,

∴原题中的"$\boxed{}$"是 5.

21. 解:(1)抽查的学生总数为 $6\div 25\%=24$(人),

读书为 5 册的学生数为 $24-5-6-4=9$(人),

∴条形图中被遮盖的数为 9,册数的中位数为 5.

(2)选中读书超过 5 册的学生的概率为 $\frac{10}{24}=\frac{5}{12}$.

(3)3

22. 解:尝试:(1)由题意得前 4 个台阶上数的和是 $-5-2+1+9=3$.

(2)由题意得 $-2+1+9+x=3$,

解得 $x=-5$,则第 5 个台阶上的数 x 是 -5.

应用:由题意知台阶上的数字是每 4 个一循环,

$\because 31\div4=7\cdots\cdots3$,

$\therefore 7\times3+1-2-5=15$,

即从下到上前 31 个台阶上数的和为 15.

发现:数"1"所在的台阶数为 $4k-1$.

23. (1)**证明**:$\because P$ 是 AB 的中点,$\therefore PA=PB$.

在$\triangle APM$和$\triangle BPN$中,

$$\begin{cases}\angle A=\angle B,\\ PA=PB,\\ \angle APM=\angle BPN,\end{cases}$$

$\therefore \triangle APM\cong\triangle BPN$(ASA).

(2)**解**:由(1)得$\triangle APM\cong\triangle BPN$,

$\therefore PM=PN$,$\therefore MN=2PN$.

$\because MN=2BN$,$\therefore BN=PN$,

$\therefore \alpha=\angle B=50°$.

(3)**解**:$\because\triangle BPN$ 的外心在该三角形的内部,

$\therefore\triangle BPN$ 是锐角三角形.

$\because\angle B=50°$,

$\therefore 40°<\angle BPN<90°$,即 $40°<\alpha<90°$.

24. **解**:(1)把 $C(m,4)$ 代入一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+5$,

可得 $4=-\frac{1}{2}m+5$,解得 $m=2$,$\therefore C(2,4)$,

设 l_2 的解析式为 $y=ax$,则 $4=2a$,

解得 $a=2$,$\therefore l_2$ 的解析式为 $y=2x$.

(2)如答图,过点 C 作 $CD\perp AO$ 于点 D,$CE\perp BO$ 于点 E,则 $CD=4$,$CE=2$,

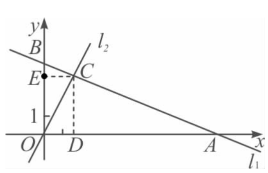
$\because y=-\frac{1}{2}x+5$,令 $x=0$,则 $y=5$;令 $y=0$,则 $x=10$,

$\therefore A(10,0)$,$B(0,5)$,$\therefore AO=10$,$BO=5$,

$\therefore S_{\triangle AOC}-S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times10\times4-\frac{1}{2}\times5\times2=20-5=15$.

(3)$k=\frac{3}{2}$,2 或 $-\frac{1}{2}$

【解析】$\because$一次函数 $y=kx+1$ 的图象为 l_3,且 l_1,l_2,l_3 不能围成三角形,$\therefore$当 l_3 经过点 $C(2,4)$ 时,$k=\frac{3}{2}$;当 l_2,l_3 平行时,$k=2$;当 l_1,l_3 平行时,$k=-\frac{1}{2}$. 综上所述,k 的值为 $\frac{3}{2}$,2 或 $-\frac{1}{2}$.



第 24 题答图

25. **解**:(1)由 $\frac{n\cdot\pi\cdot26}{180}=13\pi$,解得 $n=90°$,

$\therefore\angle AOP=90°$.

$\because PQ/\!/OB$,$\therefore\angle PQO=\angle BOQ$,

$\therefore\tan\angle PQO=\tan\angle QOB=\frac{4}{3}=\frac{OP}{OQ}$,

$\therefore OQ=\frac{39}{2}$,$\therefore x=\frac{39}{2}$.

(2)如答图①,当直线 l 与$\odot O$相切时,x 的值最小.

$\because PQ$ 与$\odot O$相切,$\therefore\angle OPQ=90°$.

$\because PQ/\!/OB$,$\therefore\angle PQO=\angle AOB$,

$\therefore\tan\angle PQO=\frac{4}{3}=\frac{OP}{PQ}$.

设 $OP=4x$,则 $PQ=3x$,

由勾股定理得 $OQ=5x$,$\therefore\sin\angle PQO=\frac{OP}{OQ}=\frac{4}{5}$,

$\therefore OQ=\frac{OP}{\sin\angle PQO}=32.5$,$\therefore x=-32.5$.

(3)分三种情况:

a. 如答图②,作 $OH\perp l$ 于点 H,设 $OH=4k$,则 $QH=3k$.

在 Rt$\triangle OPH$ 中,$\because OP^2=OH^2+PH^2$,

$\therefore 26^2=(4k)^2+(3k-12.5)^2$,

整理得 $k^2-3k-20.79=0$,

解得 $k_1=6.3$,$k_2=-3.3$(舍去),

$\therefore OQ=5k=31.5$,此时 x 的值为 31.5.

b. 如答图③,作 $OH\perp PQ$ 交 PQ 的延长线于点 H.

设 $OH=4k$,则 $QH=3k$.

在 Rt$\triangle OPH$ 中,$\because OP^2=OH^2+PH^2$,

$\therefore 26^2=(4k)^2+(12.5+3k)^2$,

整理得 $k^2+3k-20.79=0$,

解得 $k_1=-6.3$(舍去),$k_2=3.3$,

$\therefore OQ=5k=16.5$,此时 x 的值为 -16.5.

c. 如答图④,作 $OH\perp PQ$ 于点 H.

设 $OH=4k$,则 $QH=3k$.

在 Rt$\triangle OPH$ 中,$\because OP^2=OH^2+PH^2$,

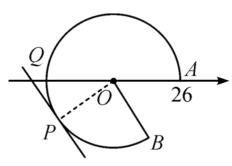
$\therefore 26^2=(4k)^2+(3k-12.5)^2$,

整理得 $k^2-3k-20.79=0$,

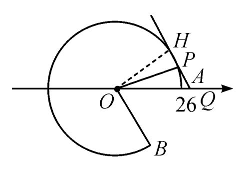
解得 $k_1=6.3$,$k_2=-3.3$(舍去),

$\therefore OQ=5k=31.5$,此时 x 的值为 -31.5.

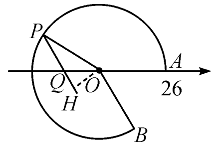
综上所述,满足条件的 x 的值为 -16.5 或 31.5 或 -31.5.



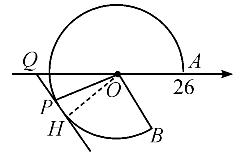
图①



图②



图③



图④

第 25 题答图

26. 解:(1)把点 $A(1,18)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$,得 $18=\frac{k}{1}$,∴$k=18$.

设 $h=at^2$,把 $t=1$,$h=5$ 代入,得 $a=5$,∴$h=5t^2$.

(2)∵$v=5$,$AB=1$,∴$x=5t+1$,

∵$h=5t^2$,$OB=18$,∴$y=-5t^2+18$,

由 $x=5t+1$,得 $t=\frac{1}{5}(x-1)$,

∴$y=-\frac{1}{5}(x-1)^2+18=-\frac{1}{5}x^2+\frac{2}{5}x+\frac{89}{5}$,

当 $y=13$ 时,$13=-\frac{1}{5}(x-1)^2+18$,解得 $x=6$ 或 -4,

∵$x\geqslant 1$,∴$x=6$,

把 $x=6$ 代入 $y=\frac{18}{x}$,得 $y=3$,

∴运动员与正下方滑道的竖直距离是 $13-3=10$(米).

(3)把 $y=1.8$ 代入 $y=-5t^2+18$,得 $t^2=3.24$,

解得 $t_1=1.8$,$t_2=-1.8$(舍去),

∴$x=10$,∴甲的坐标为 $(10,1.8)$,

此时乙的坐标为 $(1+1.8v_{乙},1.8)$,

由题意得 $1+1.8v_{乙}-(1+5\times1.8)>4.5$,∴$v_{乙}>7.5$,

∴$t=1.8$,$v_{乙}>7.5$.

2017 年河北省初中学业水平考试

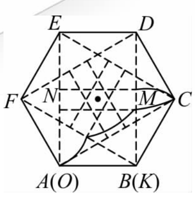
数学试卷

1. A **2.** D **3.** C **4.** B **5.** C **6.** B **7.** D **8.** A **9.** B

10. D **11.** A **12.** D **13.** B **14.** B

15. D 【解析】当 $y=0$ 时,$-x^2+3=0$,解得 $x=\pm\sqrt{3}$;当 $x=0$ 时,$y=3$,则抛物线 $y=-x^2+3$ 与 x 轴围成封闭区域(边界除外)内的整点为 $(-1,1)$,$(0,1)$,$(0,2)$,$(1,1)$,共有 4 个,∴$k=4$.故选 D.

16. C 【解析】如答图,在这样连续 6 次旋转的过程中,点 M 的运动轨迹是图中的弧线,观察图象可知点 B,M 间的距离大于等于 $2-\sqrt{2}$ 小于等于 1.故选 C.



第 16 题答图

17. 100 **18.** 56

19. $-\sqrt{3}$ 2 或 -1 【解析】∵$\min\{(x-1)^2,x^2\}=1$,当 $x=0.5$ 时,$x^2=(x-1)^2$,不可能得出最小值为 1,∴当 $x>0.5$ 时,$(x-1)^2<x^2$,则 $(x-1)^2=1$,解得 $x_1=2$,$x_2=0$(不合题意,舍去),当 $x<0.5$ 时,$(x-1)^2>x^2$,则 $x^2=1$,解得 $x_1=1$(不合题意,舍去),$x_2=-1$.综上所述,x 的值为 2 或 -1.

20. 解:(1)若以 B 为原点,则 C 表示 1,A 表示 -2,

∴$p=1+0-2=-1$.

若以 C 为原点,则 A 表示 -3,B 表示 -1,

∴$p=-3-1+0=-4$.

(2)∵原点 O 在图中数轴上点 C 的右边,且 $CO=28$,

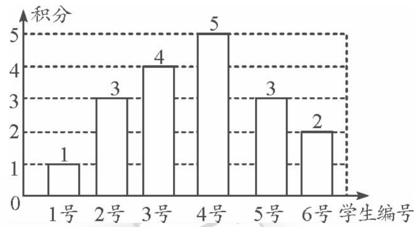
∴C 表示 -28,B 表示 -29,A 表示 -31,

∴$p=-31-29-28=-88$.

21. 解:(1)第 6 号学生命中的个数为 $5\times40\%=2$,

则第 6 号学生的积分为 2 分,

补全条形统计图如答图.



第 21 题答图

(2)$5\times50\%=2.5$(次),这 6 名学生中,命中次数多于 2.5 次的有 2、3、4、5 号这 4 名学生,

∴选上命中率高于 50% 的学生的概率为 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

(3)由于前 6 名学生积分的众数为 3 分,

∴第 7 号学生的积分为 3 分或 0 分.

22. 解:验证 (1)$(-1)^2+0^2+1^2+2^2+3^2=1+0+1+4+9=15$,$15\div5=3$,

即 $(-1)^2+0^2+1^2+2^2+3^2$ 的结果是 5 的 3 倍.

(2)设五个连续整数的中间一个为 n,则其余的 4 个整数分别是 $n-2$,$n-1$,$n+1$,$n+2$,

它们的平方和为

$(n-2)^2+(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2$

$=n^2-4n+4+n^2-2n+1+n^2+n^2+2n+1+n^2+4n+4$

$=5n^2+10$.

∵$5n^2+10=5(n^2+2)$,n 是整数,

∴n^2+2 是整数,

∴五个连续整数的平方和是 5 的倍数.

延伸 设三个连续整数的中间一个为 n,则其余的 2 个整数是 $n-1$,$n+1$,

它们的平方和为

$(n-1)^2+n^2+(n+1)^2$

$=n^2-2n+1+n^2+n^2+2n+1$

$=3n^2+2$.

∵n 是整数,∴n^2 是整数,

∴任意三个连续整数的平方和被 3 除的余数是 2.

23. (1)证明:如答图,连接 OQ.

∵AP,BQ 是 $\odot O$ 的切线,

∴$OP\perp AP$,$OQ\perp BQ$,

$\therefore \angle APO=\angle BQO=90°$.

在 Rt$\triangle APO$ 和 Rt$\triangle BQO$ 中，$\begin{cases}OA=OB,\\OP=OQ,\end{cases}$

$\therefore$ Rt$\triangle APO\cong$ Rt$\triangle BQO$(HL)，

$\therefore AP=BQ$.

(2)**解**：$\because$ Rt$\triangle APO\cong$ Rt$\triangle BQO$，

$\therefore \angle AOP=\angle BOQ$，$\therefore P,O,Q$ 三点共线.

$\because$ 在 Rt$\triangle BOQ$ 中，$\cos B=\dfrac{QB}{OB}=\dfrac{4\sqrt{3}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \angle B=30°$，$\angle BOQ=60°$，

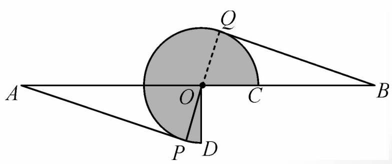
$\therefore OQ=\dfrac{1}{2}OB=4$.

$\because \angle COD=90°$，$\therefore \angle QOD=90°+60°=150°$，

$\therefore \overset{\frown}{QPD}$的长为$\dfrac{210\pi\cdot 4}{180}=\dfrac{14}{3}\pi$.

(3)**解**：$\because \triangle APO$ 的外心是 OA 的中点，$OA=8$，

$\therefore \triangle APO$ 的外心在扇形 COD 的内部时，OC 的取值范围为 $4<OC<8$.



第 23 题答图

24. 解：(1)在直线 $y=-\dfrac{3}{8}x-\dfrac{39}{8}$ 中，

令 $y=0$，则有 $0=-\dfrac{3}{8}x-\dfrac{39}{8}$，

$\therefore x=-13$，$\therefore C(-13,0)$，

令 $x=-5$，则有 $y=-\dfrac{3}{8}\times(-5)-\dfrac{39}{8}=-3$，

$\therefore E(-5,-3)$.

$\because$ 点 B,E 关于 x 轴对称，$\therefore B(-5,3)$，

$\because A(0,5)$，$\therefore$ 设直线 AB 的解析式为 $y=kx+5$，

$\therefore -5k+5=3$，$\therefore k=\dfrac{2}{5}$，

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=\dfrac{2}{5}x+5$.

(2)由(1)得 $E(-5,-3)$，$\therefore DE=3$.

$\because C(-13,0)$，$\therefore CD=-5-(-13)=8$，

$\therefore S_{\triangle CDE}=\dfrac{1}{2}CD\cdot DE=12$，

由题意得 $OA=5$，$OD=5$，$BD=3$，

$\therefore S_{四边形ABDO}=\dfrac{1}{2}(BD+OA)\cdot OD=20$，

$\therefore S=S_{\triangle CDE}+S_{四边形ABDO}=12+20=32$.

(3)由(2)得 $S=32$.

在$\triangle AOC$ 中，$OA=5$，$OC=13$，

$\therefore S_{\triangle AOC}=\dfrac{1}{2}OA\cdot OC=\dfrac{65}{2}=32.5$，

$\therefore S\neq S_{\triangle AOC}$.

理由：由(1)知，直线 AB 的解析式为 $y=\dfrac{2}{5}x+5$，

令 $y=0$，则 $0=\dfrac{2}{5}x+5$，

$\therefore x=-\dfrac{25}{2}\neq -13$，

$\therefore$ 点 C 不在直线 AB 上，

即点 A,B,C 不在同一条直线上，

$\therefore S_{\triangle AOC}\neq S$.

25. 解：(1)如答图①，

a. 当点 Q 在▱$ABCD$ 内时，$\angle AP'B=180°-\angle Q'P'B-\angle Q'P'D=180°-90°-10°=80°$；

b. 当点 Q 在▱$ABCD$ 外时，$\angle APB=180°-(\angle QPB-\angle QPD)=180°-(90°-10°)=100°$.

综上所述，当 $\angle DPQ=10°$ 时，$\angle APB$ 的值为 $80°$ 或 $100°$.

(2)如答图②，连接 BQ，作 $PE\perp AB$ 于点 E.

$\because \tan\angle ABP:\tan A=3:2$，$\tan A=\dfrac{4}{3}$，

$\therefore \tan\angle ABP=2$.

在 Rt$\triangle APE$ 中，$\tan A=\dfrac{PE}{AE}=\dfrac{4}{3}$，

设 $PE=4k$，则$AE=3k$，

在 Rt$\triangle PBE$ 中，$\tan\angle ABP=\dfrac{PE}{EB}=2$，

$\therefore EB=2k$，$\therefore AB=5k=10$，

$\therefore k=2$，$\therefore PE=8$，$EB=4$，

$\therefore PB=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$.

$\because \triangle BPQ$ 是等腰直角三角形，

$\therefore BQ=\sqrt{2}PB=4\sqrt{10}$.

(3)a. 如答图③，当点 Q 落在直线 BC 上时，作 $BE\perp AD$ 于点 E，$PF\perp BC$ 于点 F，则四边形 $BEPF$ 是矩形.

在 Rt$\triangle AEB$ 中，$\because \tan A=\dfrac{BE}{AE}=\dfrac{4}{3}$，$\because AB=10$，

$\therefore BE=8$，$AE=6$，$\therefore PF=BE=8$.

$\because \triangle BPQ$ 是等腰直角三角形，$PF\perp BQ$，

$\therefore FQ=PF=BF=8$，$\therefore PB=PQ=8\sqrt{2}$，

$\therefore PB$ 旋转到 PQ 所扫过的面积为$\dfrac{90\pi\cdot(8\sqrt{2})^2}{360}=32\pi$.

b. 如答图④，当点 Q 落在 CD 上时，作 $BE\perp AD$ 于点 E，$QF\perp AD$ 交 AD 的延长线于点 F. 设 $PE=x$.

易证$\triangle PBE\cong\triangle QPF$，

$\therefore PE=QF=x$，$PF=EB=8$，

$\therefore DF=AE+PE+PF-AD=x-1$，

$\because CD\parallel AB$，$\therefore \angle FDQ=\angle A$，

$\therefore \tan\angle FDQ=\tan A=\dfrac{4}{3}=\dfrac{QF}{DF}$，

$\therefore \dfrac{x}{x-1}=\dfrac{4}{3}$，$\therefore x=4$，$\therefore PE=4$.

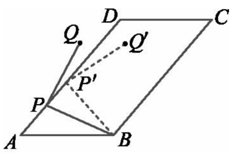
在 $\mathrm{Rt}\triangle PEB$ 中，$PB=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，

$\therefore PB$ 旋转到 PQ 所扫过的面积为 $\frac{90\pi\cdot(4\sqrt{5})^2}{360}=20\pi$.

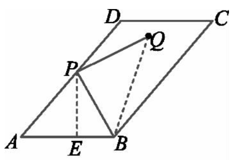
c. 如答图⑤，当点 Q 落在 AD 上时，易知 $PB=PQ=8$，

$\therefore PB$ 旋转到 PQ 所扫过的面积为 $\frac{90\pi\cdot 8^2}{360}=16\pi$.

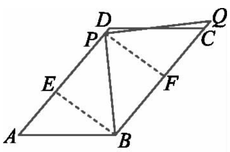
综上所述，PB 旋转到 PQ 所扫过的面积为 32π 或 20π 或 16π.



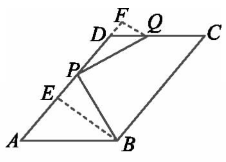
图①



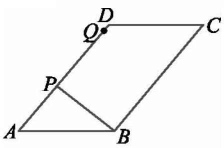
图②



图③



图④



图⑤

第 25 题答图

26. 解：(1) 设基础价为 a，浮动价为 c，其中 $c=\frac{b}{x}$，则 $y=a+c=a+\frac{b}{x}$，

由表中数据可得 $\begin{cases}11=a+\frac{b}{120},\\12=a+\frac{b}{100},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=6,\\b=600,\end{cases}$

$\therefore y=6+\frac{600}{x}$.

若 $12=18-(6+\frac{600}{x})$，则 $\frac{600}{x}=0$，

$\because x>0$，$\therefore \frac{600}{x}>0$，

$\therefore$ 一件产品的利润不能是 12 万元.

(2) 将 $n=1$，$x=120$ 代入 $x=2n^2-2kn+9(k+3)$，

得 $120=2-2k+9k+27$，解得 $k=13$，

$\therefore x=2n^2-26n+144$，

将 $n=2$，$x=100$ 代入 $x=2n^2-26n+144$ 也符合，

$\therefore k=13$.

由题意得 $18=6+\frac{600}{x}$，解得 $x=50$，

经检验，$x=50$ 是分式方程的解，

$\therefore 50=2n^2-26n+144$，即 $n^2-13n+47=0$，

$\because \Delta=(-13)^2-4\times1\times47<0$，

$\therefore$ 方程无实数根，

$\therefore$ 不存在既无盈利也不亏损的月份.

(3) 设第 m 个月的利润为 W 万元，

$W=x(18-y)=18x-x(6+\frac{600}{x})=24(m^2-13m+47)$，

$\therefore$ 第 $(m+1)$ 个月的利润为 $W'=24[(m+1)^2-13(m+1)+47]=24(m^2-11m+35)$，

若 $W\geqslant W'$，$W-W'=48(6-m)$，m 取最小值 1 时，$W-W'$ 取得最大值 240；

若 $W<W'$，$W'-W=48(m-6)$，由 $m+1\leqslant 12$ 知 m 取最大值 11 时，$W'-W$ 取得最大值 240.

$\therefore m$ 的值为 1 或 11.