

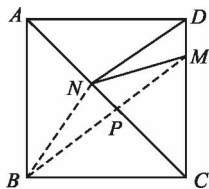
2021 年青海省中考数学试卷

1. A 2. D 3. D 4. C 5. B 6. A 7. B 8. C

9. 6 10. 1.41178×10^9 11. 3 12. $m > 3$ 13. $y_1 < y_2$

14. 40° 15. 4 16. 6.5 cm 或 2.5 cm 17. 20 18. 6 cm

19. 10 【解析】 \because 正方形是轴对称图形, 点 B 与点 D 关于直线 AC 对称, 连接 BN, $\therefore BN = ND$, $\therefore DN + MN = BN + MN$, 连接 BM 交 AC 于点 P, \therefore 点 N 为 AC 上的动点, 由三角形两边和大于第三边, 知当点 N 运动到点 P 时, $BN + MN = BP + PM = BM$, $BN + MN$ 的最小值为 BM 的长度, \because 四边形 ABCD 为正方形, $\therefore BC = CD = 8$, $CM = 8 - 2 = 6$, $\angle BCM = 90^\circ$, $\therefore BM = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$, $\therefore DN + MN$ 的最小值是 10.



第 19 题答图

20. $6\sqrt{\frac{6}{35}} = \sqrt{6 + \frac{6}{35}}$ 【解析】观察第 1 个等式, 等号左边根号外面是 2, 被开方数的分子也是 2, 分母是 $2^2 - 1$, 等号右边是这个整数与这个分数的和的算术平方根; 观察第 2 个等式, 等号左边根号外面是 3, 被开方数的分子也是 3, 分母是 $3^2 - 1$, 等号右边是这个整数与这个分数的和的算术平方根……以此类推, 可得第 5 个等式, 等号左边根号外面是 6, 被开方数的分子也是 6, 分母是 $6^2 - 1$, 等号右边是这个整数与这个分数的和的算术平方根, 即 $6\sqrt{\frac{6}{35}} = \sqrt{6 + \frac{6}{35}}$

$$\begin{aligned} 21. \text{解: 原式} &= \frac{a^2 - 1}{a} \div \frac{(a-1)^2}{a} \\ &= \frac{(a+1)(a-1)}{a} \times \frac{a}{(a-1)^2} \\ &= \frac{a+1}{a-1}, \end{aligned}$$

$$\because a = \sqrt{2} + 1,$$

$$\text{原式} = \frac{\sqrt{2} + 1 + 1}{\sqrt{2} + 1 - 1} = 1 + \sqrt{2}.$$

22. 解: (1) 如答图, EF, DE, BF 即为所求.

(2) 四边形 DEBF 为菱形. 理由如下:

如答图, $\because EF$ 垂直平分 BD,

$$\therefore EB = ED, FB = FD, OB = OD,$$

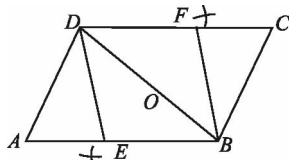
\therefore 四边形 ABCD 为平行四边形,

$$\therefore CD \parallel AB, \therefore \angle FDB = \angle EBD,$$

$$\text{在 } \triangle ODF \text{ 和 } \triangle OBE \text{ 中, } \begin{cases} \angle FDO = \angle EBO, \\ OD = OB, \\ \angle DOF = \angle BOE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ODF \cong \triangle OBE (\text{ASA}), \therefore DF = BE,$$

$$\therefore DE = EB = BF = DF, \therefore \text{四边形 DEBF 为菱形.}$$



第 22 题答图

23. 证明: (1) $\because MN \perp AC, BG \perp MN$,

$$\therefore \angle BGD = \angle DMA = 90^\circ,$$

\because 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ, \therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADM + \angle CDM = 90^\circ,$$

$$\because \angle DBG + \angle BDG = 90^\circ, \angle CDM = \angle BDG,$$

$$\therefore \angle DBG = \angle ADM, \therefore \triangle BGD \sim \triangle DMA.$$

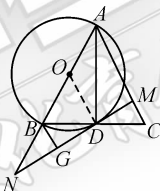
(2) 如答图, 连接 OD.

$$\because BO = OA, BD = DC,$$

$$\therefore OD \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的中位线}, \therefore OD \parallel AC,$$

$$\text{又 } \because MN \perp AC,$$

$$\therefore OD \perp MN, \therefore \text{直线 MN 是 } \odot O \text{ 的切线.}$$



第 23 题答图

24. 解: 如答图, 作 $BE \perp AD$ 于点 E, 作 $CF \perp AD$ 于点 F, 延长 FC 到点 M, 使得 $CM = BE$,

$$\because AB = CD, AB + CD = AD = 2, \therefore AB = CD = 1,$$

$$\text{在 Rt} \triangle ABE \text{ 中}, \angle A = 35^\circ, AB = 1,$$

$$\therefore BE = AB \cdot \sin A = 1 \times \sin 35^\circ \approx 0.6,$$

$$AE = AB \cdot \cos A = 1 \times \cos 35^\circ \approx 0.8,$$

$$\text{在 Rt} \triangle CDF \text{ 中}, \angle D = 45^\circ, CD = 1,$$

$$\therefore DF = CF = CD \cdot \sin D = 1 \times \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7,$$

$$\because BE \perp AD, CF \perp AD, \therefore BE \parallel CM,$$

$$\text{又 } \because BE = CM,$$

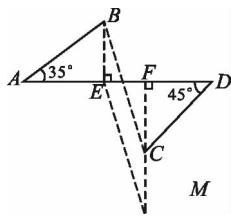
$$\therefore \text{四边形 BEMC 是平行四边形}, \therefore BC = EM,$$

$$\text{在 Rt} \triangle MEF \text{ 中}, FM = CF + CM = 1.3,$$

$$EF = AD - AE - FD = 0.5,$$

$$\therefore EM = \sqrt{EF^2 + FM^2} = \sqrt{1.94} \approx 1.4.$$

答: B 与 C 之间的距离约 1.4 米.



第 24 题答图

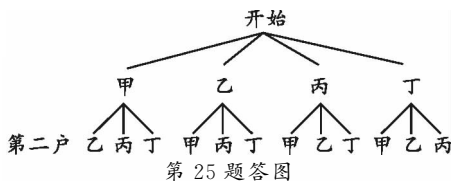
25. 解: (1) 20 0.18 0.20

(2) 4.92 4 5

(3) $4 + 20 + 9 = 33$ (户), $200 \times \frac{33}{4 \div 0.08} = 132$ (户).

答: 该市直属机关 200 户家庭中月平均用水量不超过 5 吨的约 132 户.

(4) 画树状图如答图.



第 25 题答图

共有 12 种等可能的结果, 恰好选到甲、丙两户的结果有 2 种,

\therefore 恰好选到甲、丙两户的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$, 所有等可能的结果分别为 (甲, 乙)、(甲, 丙)、(甲, 丁)、(乙, 甲)、(乙, 丙)、(乙, 丁)、(丙, 甲)、(丙, 乙)、(丙, 丁)、(丁, 甲)、(丁, 乙)、(丁, 丙).

26. 解: (1) $\triangle BMP$ 是等边三角形. 理由如下:

如答图, 连接 AN,

由折叠的性质可得 $AE = BE$, $EF \perp AB$, $AB = BN$, $\angle ABM = \angle NBM$, $\angle BAM = \angle BNM = 90^\circ$,

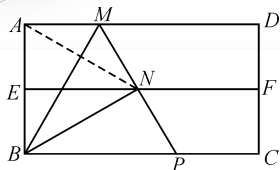
$\therefore AN = BN$, $\therefore AN = BN = AB$,

$\therefore \triangle ABN$ 是等边三角形, $\therefore \angle ABN = 60^\circ$,

$\therefore \angle ABM = \angle NBM = 30^\circ = \angle PBN$,

$\therefore \angle BMN = \angle BPM = 60^\circ$,

$\therefore \triangle BMP$ 是等边三角形.



第 26 题答图

(2) 方法一: $\because AB = a$, $\angle ABM = 30^\circ$,

$\therefore BM = \frac{AB}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$,

$\therefore \triangle BMP$ 是等边三角形, $\therefore BP = BM = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$,

\therefore 在矩形纸片 ABCD 中剪出符合 (1) 中结论的三角形纸片 BMP,

$\therefore BC \geq BP$, $\therefore b \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

方法二: 要在矩形纸片 ABCD 上剪出等边三角形 BMP, 则 $BC \geq BP$

在 $\text{Rt}\triangle BNP$ 中, $\angle NBP = 30^\circ$, $BN = AB = a$,

设 $NP = x$, 则 $BP = 2x$, $BP^2 - NP^2 = BN^2$,

$\therefore (2x)^2 - x^2 = a^2$, 得 $x = \frac{\sqrt{3}}{3}a$, $\therefore BP = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$

$\therefore BC \geq BP$, $\therefore b \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

即 $a \leq \frac{\sqrt{3}}{2}a$ (或 $b \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}a$) 时, 在矩形纸片上能剪出这样的等边三角形 BMP.

27. 解: (1) 当 $x = 0$, $y = 0 + 2 = 2$,

当 $y = 0$ 时, $x + 2 = 0$, 解得 $x = -2$,

$\therefore A(-2, 0)$, $B(0, 2)$,

把 $A(-2, 0)$, $C(1, 0)$, $B(0, 2)$ 代入抛物线解析式,

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = 0, \\ a + b + c = 0, \\ c = 2, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = -1, \\ b = -1, \\ c = 2, \end{cases}$$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -x^2 - x + 2$.

(2) 方法一: $ax^2 + (b-1)x + c > 2$,

即 $-x^2 - 2x + 2 > 2$,

当函数 $y = -x^2 - 2x + 2 = 2$ 时,

解得 $x = 0$ 或 $x = -2$,

由图象知, 当 $-2 < x < 0$ 时函数值大于 2,

\therefore 不等式 $ax^2 + (b-1)x + c > 2$ 的解集为 $-2 < x < 0$.

方法二: $ax^2 + (b-1)x + c > 2$, 即 $-x^2 - x + 2 > x + 2$,

观察函数图象可知当 $-2 < x < 0$ 时 $y = -x^2 - x + 2$ 的函数值大于 $y = x + 2$ 的函数值,

\therefore 不等式 $ax^2 + (b-1)x + c > 2$ 的解集为 $-2 < x < 0$.

(3) 作 $PE \perp x$ 轴于点 E, 交 AB 于点 D, 作 $PQ \perp AB$ 于点 Q,

a. 如答图①, 当 P 在 AB 上方时, 在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中,

$\because OA = OB = 2$, $\therefore \angle OAB = 45^\circ$, $\therefore \angle PDQ = \angle ADE = 45^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle PDQ$ 中, $\angle DPQ = \angle PDQ = 45^\circ$,

$\therefore DQ = PQ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\therefore PD = \sqrt{PQ^2 + DQ^2} = 1$,

设 $P(x, -x^2 - x + 2)$, 则 $D(x, x + 2)$,

$\therefore PD = -x^2 - x + 2 - (x + 2) = -x^2 - 2x$,

即 $-x^2 - 2x = 1$, 解得 $x = -1$,

\therefore 此时 P 点的坐标为 $(-1, 2)$;

b. 如答图②, 当 P 点在 A 点左侧时,

同理可得 $PD = 1$, 设 $P(x, -x^2 - x + 2)$, 则 $D(x, x + 2)$,

$\therefore PD = (x + 2) - (-x^2 - x + 2) = x^2 + 2x$, 即 $x^2 + 2x = 1$,

解得 $x = \pm\sqrt{2} - 1$,

由图象知此时 P 点在第三象限,

$\therefore x = -\sqrt{2} - 1$, \therefore 此时 P 点的坐标为 $(-\sqrt{2} - 1, -\sqrt{2})$;

c. 如答图③, 当 P 点在 B 点右侧时,

在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中,

$\therefore OA = OB = 2$,

$\therefore \angle OAB = 45^\circ$, $\therefore \angle PDQ = \angle DPQ = 45^\circ$,

$\therefore PQ = DQ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\therefore PD = \sqrt{PQ^2 + DQ^2} = 1$,

设 $P(x, -x^2 - x + 2)$, 则 $D(x, x + 2)$,

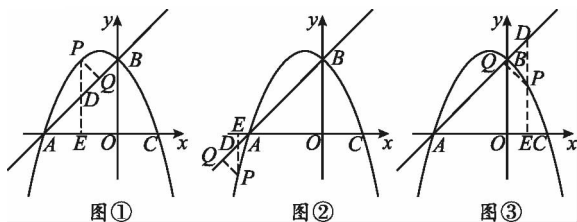
$\therefore PD = (x + 2) - (-x^2 - x + 2) = x^2 + 2x$,

即 $x^2 + 2x = 1$, 解得 $x = \pm\sqrt{2} - 1$,

由图象知此时 P 点在第一象限,

$\therefore x = \sqrt{2} - 1$, \therefore 此时 P 点的坐标为 $(\sqrt{2} - 1, \sqrt{2})$,

综上, P 点的坐标为 $(-1, 2)$ 或 $(-\sqrt{2} - 1, -\sqrt{2})$ 或 $(\sqrt{2} - 1, \sqrt{2})$.



第 27 题答图

2020 年青海省中考数学试卷

1. -5 2. $-2a(x-y)(x+y)$ 或 $2a(y+x)(y-x)$ 2

3. 1.25×10^{-7} 4. 12 5. 10 6. 6 7. 等腰

8. $x^2 - 6x + 6 = 0$

9. 1 或 7 【解析】当 AB, CD 在点 O 两侧时, 如答图①, 作 $OE \perp AB$ 于点 E , 延长 EO 交 CD 于点 F , 连接 OA, OC ,

$\therefore AB \parallel CD, OE \perp AB, \therefore OF \perp CD, \therefore AE = BE = \frac{AB}{2} = 4$

, $CF = DF = \frac{CD}{2} = 3$, 在 $\text{Rt}\triangle OAE$ 中, $OE =$

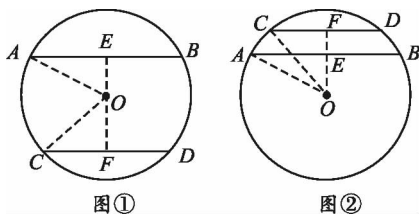
$\sqrt{AO^2 - AE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ cm, 在 $\text{Rt}\triangle OCF$ 中, $OF =$

$\sqrt{CO^2 - CF^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\therefore EF = OF + OE = 4 + 3 =$

7 (cm); 当 AB 与 CD 在点 O 同侧时, 如答图②, $EF =$

$OF - OE = 4 - 3 = 1$ (cm). 综上所述, AB 与 CD 之间的

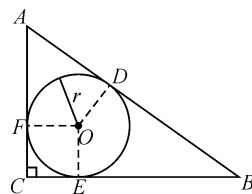
距离为 1 cm 或 7 cm.



第 9 题答图

10. 1 【解析】在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, 根据勾股定理, 得 $AB = 5$, 如答图, 设 $\triangle ABC$ 的内切圆与三条边的切点分别为 D, E, F , 连接 OD, OE, OF , $\therefore OD \perp AB, OE \perp BC, OF \perp AC$, $\therefore \angle C = 90^\circ$, \therefore 四边形

$EOFC$ 是矩形, 根据切线长定理, 得 $CE = CF$, \therefore 矩形 $EOFC$ 是正方形, $\therefore CE = CF = r$, $\therefore AF = AD = AC - FC = 3 - r$, $BE = BD = BC - CE = 4 - r$, $\therefore AD + BD = AB$, $\therefore 3 - r + 4 - r = 5$, 解得 $r = 1$. 则 $\triangle ABC$ 的内切圆半径 $r = 1$.



第 10 题答图

11. $\sqrt{2}$

12. $4 \times 6 - 5^2 = 24 - 25 = -1$ $n(n+2) - (n+1)^2 = -1$

13. D 14. D 15. B 16. A 17. C 18. B

19. A 【解析】设这个圆锥的底面半径为 r , 根据题意得

$2\pi r = \frac{(360 - 252) \times \pi \times 12}{180}$, 解得 $r = 3.6$, 即这个圆锥的

底面半径是 3.6. 故选 A.

20. B 【解析】将一盛有部分水的圆柱形小水杯放入事先没有水的大圆柱形容器内, 小水杯内的水原来的高度一定大于 0, 则可以判断 A, D 错误. 用一注水管沿大容器内壁匀速注水, 水开始时不会流入小水杯, 因而这段时间 h 不变, 当大容器中的水面与小水杯的杯沿水平时, 开始向小水杯中流水, h 随 t 的增大而增大, 当水注满小水杯后, 小水杯内水面的高度 h 不再变化. 故选 B.

21. 解: 原式 $= 3 + |1 - \sqrt{3}| + 1 - 3$

$= 3 + \sqrt{3} - 1 + 1 - 3$

$= \sqrt{3}$.

22. 解: 原式 $= \frac{(a+1)(a-1) - a(a-2)}{a(a+1)} \cdot \frac{(a+1)^2}{a(2a-1)}$

$= \frac{2a-1}{a(a+1)} \cdot \frac{(a+1)^2}{a(2a-1)}$

$= \frac{a+1}{a^2}$,

$\therefore a^2 - a - 1 = 0$.

$\therefore a^2 = a + 1$,

\therefore 原式 $= \frac{a+1}{a+1} = 1$.

23. 解: (1) 如答图, $\odot O$, 点 D , AD 即为所求.

(2) 如答图, 连接 BD ,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$.

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle BDA = 90^\circ$,

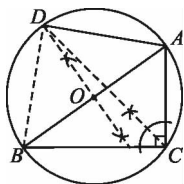
$\therefore CD$ 平分 $\angle ACB$,

$\therefore \angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$, $\therefore \angle DBA = \angle ACD = 45^\circ$,

$\therefore AC = 6, BC = 8$,

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$,

$$\therefore AD = AB \cdot \sin 45^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}.$$



第 23 题答图

24. 解: 由题意得 $PC \perp AC$, 设 PC 为 x 米.

在 $\text{Rt}\triangle APC$ 中, $\angle A = 45^\circ$,

则 $AC = PC = x$.

$\because \angle PBC = 60^\circ \therefore \angle BPC = 30^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle BPC$ 中, $BC = \frac{\sqrt{3}}{3} PC = \frac{\sqrt{3}}{3} x$.

$\therefore AB = AC - BC = 60$,

$\therefore x - \frac{\sqrt{3}}{3} x = 60$, 解得 $x = 90 + 30\sqrt{3}$,

则 $BC = 30\sqrt{3} + 30$.

在 $\text{Rt}\triangle BCQ$ 中, $\angle QBC = 30^\circ$,

$\therefore QC = \frac{\sqrt{3}}{3} BC = \frac{\sqrt{3}}{3} (30\sqrt{3} + 30) = 30 + 10\sqrt{3}$,

$\therefore PQ = PC - QC = 90 + 30\sqrt{3} - (30 + 10\sqrt{3}) = 60 + 20\sqrt{3} \approx 94.6$ (米).

答: 信号发射塔 PQ 的高度约 94.6 米.

25. (1) 证明: 如答图, 连接 OD .

$\because OA = OD, \therefore \angle ODA = \angle OAD$.

$\because AD \parallel CO$,

$\therefore \angle COD = \angle ODA, \angle COB = \angle OAD$.

$\therefore \angle COD = \angle COB$.

$\because OD = OB, OC = OC$,

$\therefore \triangle ODC \cong \triangle OBC (\text{SAS})$,

$\therefore \angle ODC = \angle OBC$.

$\because CB$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle CBO = 90^\circ, \therefore \angle CDO = 90^\circ$,

$\therefore OD \perp CD$,

$\therefore CD$ 为 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: 如答图, 连接 BD .

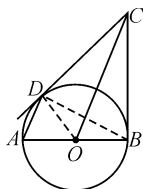
$\because AB$ 是直径, $\therefore \angle ADB = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中, $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{12^2 - 4^2} = 8\sqrt{2}$,

$\because \angle ADB = \angle OBC = 90^\circ, \angle COB = \angle BAD$,

$\therefore \triangle ADB \sim \triangle OBC$,

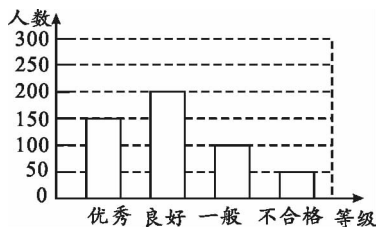
$\therefore \frac{AD}{OB} = \frac{DB}{BC}$, 即 $\frac{4}{6} = \frac{8\sqrt{2}}{BC}, \therefore BC = 12\sqrt{2}$.



第 25 题答图

26. 解: (1) 500 108°

(2) “一般”的人数为 $500 - 150 - 200 - 50 = 100$ (名), 补全条形统计图如答图①.

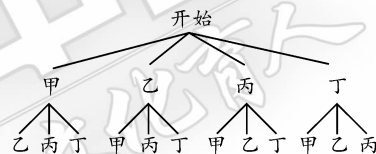


第 26 题答图①

(3) $15\,000 \times \frac{50}{500} = 1\,500$ (名),

即估计该市大约有 1500 名学生在本次答题中成绩不合格.

(4) 画树状图如答图②.



第 26 题答图②

共有 12 种可能的结果数, 其中必有甲同学参加的结果数为 6 种,

\therefore 必有甲同学参加的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

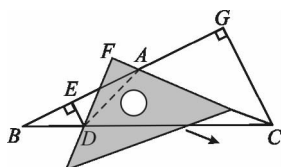
【解析】(1) 该校八年级共有学生人数为 $200 \div 40\% = 500$ (名); “优秀”所占圆心角的度数为 $360^\circ \times \frac{150}{500} = 108^\circ$.

27. (1) 证明: $\because \angle F = \angle G = 90^\circ, \angle FAB = \angle CAG, AB = AC$,

$\therefore \triangle FAB \cong \triangle GAC (\text{AAS}), \therefore FB = CG$.

(2) 解: $CG = DE + DF$.

理由: 如答图①, 连接 AD .



第 27 题答图①

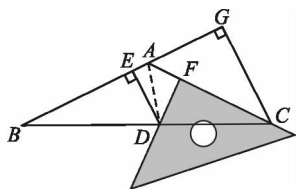
$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ADC}, DE \perp AB, DF \perp AC, CG \perp AB$,

$\therefore \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CG = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot DE + \frac{1}{2} \cdot AC \cdot DF$,

$\because AB = AC, \therefore CG = DE + DF$.

(3)解: $CG=DE+DF$ 仍然成立.

理由: 如答图②中, 连接 AD .



第 27 题答图②

$\because S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ADC}$, $DE \perp AB$, $DF \perp AC$, $CG \perp AB$,

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CG = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot DE + \frac{1}{2} \cdot AC \cdot DF,$$

$\because AB=AC$, $\therefore CG=DE+DF$.

28. 解: (1) 把 $B(3,0)$ 和 $D(-2, -\frac{5}{2})$ 代入抛物线的解析式,

$$\text{得} \begin{cases} -\frac{9}{2} + 3b + c = 0, \\ -2 - 2b + c = -\frac{5}{2}, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} b = 1, \\ c = \frac{3}{2}, \end{cases}$$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$.

(2) 根据题意画出图形如答图①, 连接 OM .

$$\text{令 } x=0, \text{ 得 } y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} = \frac{3}{2},$$

$\therefore C(0, \frac{3}{2})$,

$$\text{令 } y=0, \text{ 得 } y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} = 0,$$

解得 $x_1 = -1, x_2 = 3, \therefore A(-1, 0)$,

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2, \therefore M(1, 2),$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\text{四边形}ABMC} &= S_{\triangle AOC} + S_{\triangle COM} + S_{\triangle MOB} \\ &= \frac{1}{2}OA \cdot OC + \frac{1}{2}OC \cdot x_M + \frac{1}{2}OB \cdot y_M \\ &= \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 \\ &= \frac{9}{2}. \end{aligned}$$

(3) 设 $Q(0, n)$,

a. 当 AB 为平行四边形的边时, 有 $AB \parallel PQ, AB=PQ$, 当 P 点在 Q 点左边时, 则 $P(-4, n)$,

$$\text{把 } P(-4, n) \text{ 代入 } y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}, \text{ 得 } n = -\frac{21}{2},$$

$\therefore P(-4, -\frac{21}{2})$;

当 P 点在 Q 点右边时, 则 $P(4, n)$,

$$\text{把 } P(4, n) \text{ 代入 } y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}, \text{ 得 } n = -\frac{5}{2},$$

$\therefore P(4, -\frac{5}{2})$;

b. 当 AB 为平行四边形的对角线时, 如答图②, 记 AB

与 PQ 交于点 E ,

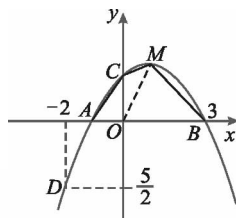
则 E 为 AB 的中点, $\therefore E(1, 0)$,

$\because PE=QE, \therefore P(2, -n)$,

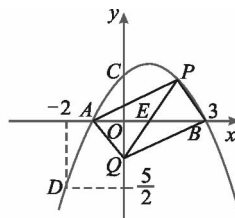
$$\text{把 } P(2, -n) \text{ 代入 } y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}, \text{ 得 } -n = \frac{3}{2}, \therefore n = -\frac{3}{2}, \therefore P(2, \frac{3}{2}).$$

综上, 满足条件的 P 点坐标为 $(-4, -\frac{21}{2})$ 或 $(4, -\frac{5}{2})$ 或

$(2, \frac{3}{2})$.



图①



图②

第 28 题答图

2019 年青海省中考数学试卷

1. 5 $\frac{3}{2}$ 2. $m(a-3)^2$ $x = -6$ 3. 6×10^{-9} 4. 10%

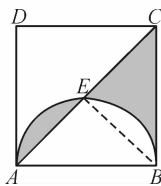
5. $y = \frac{2}{x}$ 6. $(-3, -2)$ 7. $4\sqrt{3} - 4$ 8. $\frac{1}{4}$ 9. 50

10. -2

11. 1 【解析】如答图, 连接 BE , 可得 $AE=BE, \angle AEB=$

$90^\circ, \therefore$ 阴影部分面积为 $S_{\triangle CEB} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4}S_{\text{正方形}ABCD}$

$$= \frac{1}{4} \times 2 \times 2 = 1.$$



第 11 题答图

12. 13 $3n-2$ 【解析】第 1 个图形中菱形个数为 1, 第 2

个图形菱形个数为 $4=1+3$, 第 3 个图形中菱形个数为

$7=1+3 \times 2$, 第 4 个图形中菱形个数为 $10=1+3 \times 3$,

……第 n 个图形中菱形个数为 $1+3(n-1)=3n-2$, 当

$n=5$ 时, $3n-2=13$.

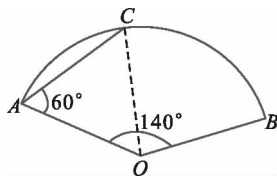
13. D 14. A 15. C 16. C 17. C 18. B

19. B 【解析】如答图, 连接 $OC, \because OA=OC, \angle CAO=60^\circ$,

$\therefore \triangle AOC$ 为等边三角形, $\therefore \angle AOC=60^\circ, \therefore \angle BOC=$

$\angle AOB - \angle AOC = 140^\circ - 60^\circ = 80^\circ, \therefore \widehat{BC}$ 的长为

$$\frac{80\pi \times 6}{180} = \frac{8\pi}{3}. \text{ 故选 B.}$$



第 19 题答图

20. D 【解析】∵ 乌鸦在沉思的这段时间内水位没有变化，
∴ C 错误，∵ 乌鸦衔来一个个小石子放入瓶中，水位将会上升，∴ A 错误，∵ 乌鸦喝水后的水位应不低于一开始的水位，∴ B 错误。故选 D。

21. 解：原式 $= 1 - 3 + \sqrt{2} - 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $= 1 - 3 + \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2}$
 $= -3.$

22. 解：原式 $= (\frac{3}{m+2} + \frac{m^2-4}{m+2}) \div \frac{(m-1)^2}{m+2}$
 $= \frac{(m+1)(m-1)}{m+2} \cdot \frac{m+2}{(m-1)^2}$
 $= \frac{m+1}{m-1},$

当 $m = \sqrt{2} + 1$ 时，原式 $= \frac{\sqrt{2}+1+1}{\sqrt{2}+1-1} = \sqrt{2} + 1.$

23. 证明：(1) ∵ $AF \parallel BC$,

∴ $\angle AFE = \angle DBE$.

∵ E 是 AD 的中点，

∴ $AE = DE$.

在 $\triangle AFE$ 和 $\triangle DBE$ 中，

$$\begin{cases} \angle AEF = \angle DEB, \\ \angle AFE = \angle DBE, \\ AE = DE, \end{cases}$$

∴ $\triangle AFE \cong \triangle DBE$ (AAS).

(2) 由 (1) 知， $AF = BD$,

∵ D 是 BC 的中点，∴ $BD = CD$,

∴ $AF = CD$ ，且 $AF \parallel BC$,

∴ 四边形 ADCF 是平行四边形，

∵ $\triangle ABC$ 是直角三角形，AD 是 BC 边上的中线，

∴ $AD = \frac{1}{2} BC = CD$,

∴ 四边形 ADCF 是菱形。

24. 解：(1) 设安排 x 辆大型车，则安排 $(30-x)$ 辆中型车，

依题意，得 $\begin{cases} 8x + 3(30-x) \leq 190, \\ 5x + 6(30-x) \leq 162, \end{cases}$

解得 $18 \leq x \leq 20$.

∵ x 为整数，∴ x 可以取 18, 19, 20.

∴ 符合题意的运输方案有 3 种，方案 1：安排 18 辆大型车，12 辆中型车；方案 2：安排 19 辆大型车，11 辆中型车；方案 3：安排 20 辆大型车，10 辆中型车。

(2) 方案 1 所需费用： $900 \times 18 + 600 \times 12 = 23\ 400$ (元)，

方案 2 所需费用： $900 \times 19 + 600 \times 11 = 23\ 700$ (元)，

方案 3 所需费用： $900 \times 20 + 600 \times 10 = 24\ 000$ (元)。

∴ $23\ 400 < 23\ 700 < 24\ 000$,

∴ 方案 1：安排 18 辆大型车，12 辆中型车所需费用最低，最低费用是 23 400 元。

25. (1) 证明：如答图，连接 OA。

∵ 点 C, D 分别是半径 OB, 弦 AB 的中点，

∴ $DC \parallel OA$ ，即 $EC \parallel OA$ ，

∴ $AE \perp CD$ ，∴ $AE \perp AO$ ，

∴ AE 是 $\odot O$ 的切线。

(2) 解：如答图，连接 OD。

∵ $AD = BD$ ，∴ $OD \perp AB$ ，∴ $\angle ODA = 90^\circ$ ，

在 $Rt\triangle AED$ 中， $\sin \angle ADE = \frac{AE}{AD} = \frac{2}{3}$ ，且 $AE = 2$ ，

∴ $AD = 3$ ，

∵ $CD \parallel OA$ ，∴ $\angle OAD = \angle ADE$ 。

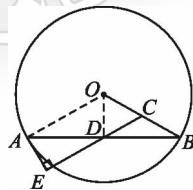
在 $Rt\triangle OAD$ 中， $\sin \angle OAD = \frac{OD}{OA} = \frac{2}{3}$ ，

设 $OD = 2x$ ，则 $OA = 3x$ ，

∴ $AD = \sqrt{(3x)^2 - (2x)^2} = \sqrt{5}x$ ，

即 $\sqrt{5}x = 3$ ，解得 $x = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ ，

∴ $OA = 3x = \frac{9\sqrt{5}}{5}$ ，即 $\odot O$ 的半径为 $\frac{9\sqrt{5}}{5}$ 。



第 25 题答图

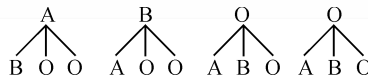
26. 解：(1) 50 20

(2) $12 \quad 23$

(3) $1\ 300 \times \frac{12}{50} = 312$ (人)，

答：估计这 1 300 人中大约有 312 人是 A 型血。

(4) 画树状图如答图。



第 26 题答图

∴ 共有 12 种等可能的情况，其中两人血型为 O 型的情况有 2 种，∴ 两人血型均为 O 型的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 。

27. (1) 解：由 ① 得 $S = \sqrt{\frac{1}{4} [5^2 \times 7^2 - (\frac{5^2 + 7^2 - 8^2}{2})^2]}$

$= 10\sqrt{3}$ ，

由 ② 得 $p = \frac{5+7+8}{2} = 10$ ，

$S = \sqrt{10 \times (10-5) \times (10-7) \times (10-8)} = 10\sqrt{3}$ 。

(2)解:公式①和②等价.推导过程如下:

$$\therefore p = \frac{a+b+c}{2}, \therefore 2p = a+b+c,$$

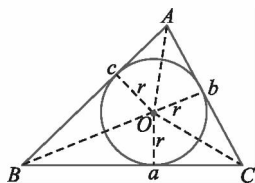
①中根号内的式子可化为:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \left(ab + \frac{a^2+b^2-c^2}{2} \right) \left(ab - \frac{a^2+b^2-c^2}{2} \right) \\ &= \frac{1}{16} (2ab + a^2 + b^2 - c^2) (2ab - a^2 - b^2 + c^2) \\ &= \frac{1}{16} [(a+b)^2 - c^2] [c^2 - (a-b)^2] \\ &= \frac{1}{16} (a+b+c)(a+b-c)(c+a-b)(c-a+b) \\ &= \frac{1}{16} \times 2p(2p-2c)(2p-2b)(2p-2a) \\ &= p(p-a)(p-b)(p-c), \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{1}{4} [a^2b^2 - (\frac{a^2+b^2-c^2}{2})^2]} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

(3)证明:如答图,连接 OA, OB, OC .

$$\begin{aligned} S &= S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}rc + \frac{1}{2}rb + \frac{1}{2}ra = \\ &= \left(\frac{a+b+c}{2} \right) r = pr. \end{aligned}$$



第 27 题答图

28. 解:(1)设抛物线的解析式为 $y = a(x-1)(x-5)$,

将点 $C(0,4)$ 代入得 $5a=4$, 解得 $a = \frac{4}{5}$,

\therefore 抛物线的解析式为 $y = \frac{4}{5}x^2 - \frac{24}{5}x + 4$.

抛物线的对称轴为直线 $x=3$.

(2)如答图,连接 B, C 交对称轴于点 P , 此时 $PA+PC$ 的值最小,

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$, 将点 B, C 的坐标代

$$\text{入, 得} \begin{cases} 0=5k+b, \\ b=4, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=-\frac{4}{5}, \\ b=4, \end{cases}$$

\therefore 直线 BC 的解析式为 $y = -\frac{4}{5}x + 4$,

当 $x=3$ 时, $y = \frac{8}{5}$, \therefore 点 $P(3, \frac{8}{5})$.

(3)存在.

\therefore 四边形 $OEBF$ 是以 OB 为对角线且面积为 12 的平行四边形,

$$\therefore S_{\square OEBF} = OB \cdot y_E = 5 \times |y_E| = 12,$$

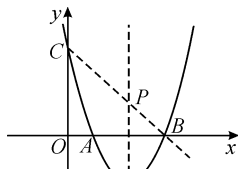
又 \therefore 点 E 在第四象限, $\therefore y_E = -\frac{12}{5}$,

代入二次函数解析式得

$$\frac{4}{5}(x-1)(x-5) = -\frac{12}{5},$$

解得 $x_1=2, x_2=4$,

\therefore 点 E 的坐标为 $(2, -\frac{12}{5})$ 或 $(4, -\frac{12}{5})$.



第 28 题答图

2018 年青海省中考数学试卷

1. -5 2. $xy(x+2)(x-2)$ $-3 \leq x < 2$ 3. 6.5×10^7

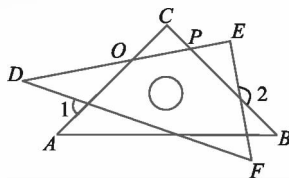
4. $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$ 5. 50° 6. 70° 7. $\frac{4}{7}$ 8. 15.3

9. 125° 10. 90° 11. 7.5

12. 14 $3n-1$ 【解析】 \therefore 第(1)个图案中正方形的个数 $2 = 3 \times 1 - 1$, 第(2)个图案中正方形的个数 $5 = 3 \times 2 - 1$, 第(3)个图案中正方形的个数 $8 = 3 \times 3 - 1, \dots \therefore$ 第(5)个图案中正方形的个数为 $3 \times 5 - 1 = 14$ (个), 第 n 个图案中正方形的个数为 $(3n-1)$ 个.

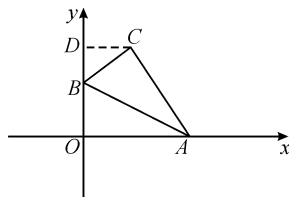
13. C 14. D 15. A 16. B 17. B

18. C 【解析】如答图, $\therefore \angle 1 = \angle D + \angle DOA, \angle 2 = \angle E + \angle EPB$, 且 $\angle DOA = \angle COP, \angle EPB = \angle CPO, \therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle D + \angle E + \angle COP + \angle CPO = \angle D + \angle E + 180^\circ - \angle C = 30^\circ + 90^\circ + 180^\circ - 90^\circ = 210^\circ$. 故选 C.



第 18 题答图

19. C 【解析】如答图, 过点 C 作 $CD \perp y$ 轴于点 D , 由折叠的性质知 $\triangle BOA \cong \triangle BCA$. $\therefore OB = BC = 2, \angle CBA = \angle OBA = 60^\circ, \therefore \angle DCB = 30^\circ. \therefore DB = \frac{1}{2}BC = 1, DC = \frac{\sqrt{3}}{2}BC = \sqrt{3}. \therefore C(\sqrt{3}, 3)$. 故选 C.



第 19 题答图

20. D 【解析】注水量一定, 从图中可以看出, OA 上升较快, AB 上升较慢, BC 上升最快, 由此可知这个容器下面面积较大, 中间面积最大, 上面面积最小. 故选 D.

21. 解: 原式 $= \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} + 2 - 2 + 1$
 $= 1 + 2 - 2 + 1$
 $= 2.$

22. 解: 原式 $= \frac{m-1-1}{m-1} \div \frac{(m-2)^2}{m(m-1)}$
 $= \frac{m-2}{m-1} \cdot \frac{m(m-1)}{(m-2)^2}$
 $= \frac{m}{m-2},$

当 $m = 2 + \sqrt{2}$ 时,

原式 $= \frac{2 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2} - 2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1.$

23. (1) 证明: $\because E$ 是 AB 边上的中点, $\therefore AE = BE.$

$\because AD \parallel BC, \therefore \angle ADE = \angle F.$

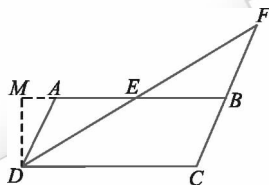
在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BFE$ 中, $\begin{cases} DE = \angle F, \\ \angle DEA = \angle FEB, \\ AE = BE, \end{cases}$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BFE (AAS). \therefore AD = BF.$

(2) 解: 如答图, 过点 D 作 $DM \perp AB$ 于点 M , 则 DM 是平行四边形 $ABCD$ 的高.

$\therefore S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot DM = \frac{1}{4} AB \cdot DM = \frac{1}{4} \times 32 = 8,$

$\therefore S_{\text{四边形} EBCD} = 32 - 8 = 24.$



第 23 题答图

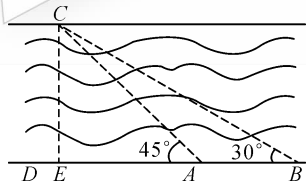
24. 解: 如答图, 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E , 设 $CE = x$,

在 $\text{Rt} \triangle AEC$ 中, $\angle CAE = 45^\circ, AE = CE = x,$

在 $\text{Rt} \triangle BCE$ 中, $\angle CBE = 30^\circ, BE = \sqrt{3} CE = \sqrt{3} x,$

$\therefore \sqrt{3} x = x + 60, \text{解得 } x = 30\sqrt{3} + 30 \approx 81.96.$

答: 河宽约 81.96 米.



第 24 题答图

25. (1) 证明: 如答图, 连接 OA .

$\because \angle B = 60^\circ, \therefore \angle AOC = 2\angle B = 120^\circ,$

又 $\because OA = OC, \therefore \angle OAC = \angle OCA = 30^\circ,$

又 $\because AP = AC, \therefore \angle P = \angle ACP = 30^\circ,$

$\therefore \angle OAP = \angle AOC - \angle P = 90^\circ,$

$\therefore OA \perp PA, \therefore PA$ 是 $\odot O$ 的切线.

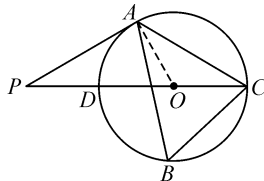
(2) 解: \because 在 $\text{Rt} \triangle OAP$ 中, $\angle P = 30^\circ,$

$\therefore PO = 2OA = OD + PD,$

又 $\because OA = OD, \therefore PD = OA,$

$\because PD = \sqrt{5}, \therefore 2OA = 2PD = 2\sqrt{5}.$

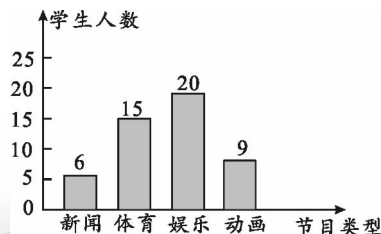
$\therefore \odot O$ 的直径为 $2\sqrt{5}.$



第 25 题答图

26. 解: (1) 20 18

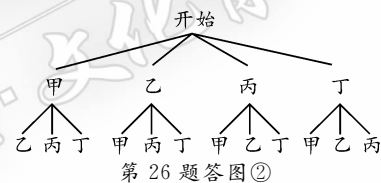
(2) 补全条形统计图如答图①.



第 26 题答图①

(3) 估计该校最喜欢娱乐类节目的学生有 $1800 \times \frac{20}{50} = 720$ (人).

(4) 画树状图如答图②.



第 26 题答图②

\therefore 共有 12 种等可能的结果, 同时选中甲、乙两同学的有 2 种情况,

\therefore 同时选中甲、乙两同学的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$

27. (1) 证明: 如题图①, 过点 D 作 $DE \perp CB$ 交 CB 的延长线于点 E .

则 $\angle BED = \angle ACB = 90^\circ,$

由旋转的性质知, $AB = BD, \angle ABD = 90^\circ,$

$\therefore \angle ABC + \angle DBE = 90^\circ,$

$\because \angle A + \angle ABC = 90^\circ, \therefore \angle A = \angle DBE.$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 中,

$\begin{cases} \angle ACB = \angle BED, \\ \angle A = \angle DBE, \\ AB = BD, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BDE (AAS).$

$\therefore DE = BC = a.$

$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot DE,$

$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} a^2.$

(2)解: $\triangle BCD$ 的面积为 $\frac{1}{2}a^2$.

理由: 如答图①, 过点 D 作 CB 的垂线, 与 CB 的延长线交于点 E .

$$\therefore \angle BED = \angle ACB = 90^\circ,$$

\therefore 线段 AB 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到线段 BD ,

$$\therefore AB = BD, \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle DBE = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle A + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle DBE.$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACB = \angle BED, \\ \angle A = \angle DBE, \\ AB = BD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BDE (\text{AAS}).$$

$$\therefore DE = BC = a.$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot DE$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} a^2.$$

(3) 如答图②, 过点 A 作 $AF \perp BC$ 于点 F , 过点 D 作 $DE \perp CB$, 交 CB 的延长线于点 E ,

$$\therefore \angle AFB = \angle E = 90^\circ, BF = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} a,$$

$$\therefore \angle FAB + \angle ABF = 90^\circ,$$

\therefore 线段 BD 是由线段 AB 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到的, $\therefore \angle ABD = 90^\circ, AB = BD$.

$$\therefore \angle ABF + \angle DBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FAB = \angle EBD.$$

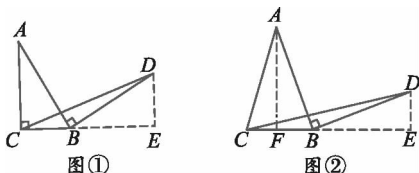
在 $\triangle AFB$ 和 $\triangle BED$ 中,

$$\begin{cases} \angle AFB = \angle E, \\ \angle FAB = \angle EBD, \\ AB = BD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AFB \cong \triangle BED (\text{AAS}),$$

$$\therefore DE = BF = \frac{1}{2} a,$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot DE = \frac{1}{2} a \cdot \frac{1}{2} a = \frac{1}{4} a^2.$$



第 26 题答图

28. 解: (1) 把 $A(-1, 0), B(3, 0), C(0, 2)$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$,

$$\text{得} \begin{cases} a - b + c = 0, \\ 9a + 3b + c = 0, \\ c = 2, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = -\frac{2}{3}, \\ b = \frac{4}{3}, \\ c = 2, \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2.$$

$$(2) \text{ 设点 } P \text{ 的坐标为 } (t, -\frac{2}{3}t^2 + \frac{4}{3}t + 2).$$

$$\therefore A(-1, 0), B(3, 0), \therefore AB = 4.$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} AB \cdot PD$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times (-\frac{2}{3}t^2 + \frac{4}{3}t + 2)$$

$$= -\frac{4}{3}t^2 + \frac{8}{3}t + 4 (0 < t < 3).$$

$$(3) \text{ 当 } \triangle ODP \sim \triangle COB \text{ 时}, \frac{OD}{OC} = \frac{DP}{OB},$$

$$\text{即 } \frac{t}{2} = \frac{-\frac{2}{3}t^2 + \frac{4}{3}t + 2}{3},$$

$$\text{整理得 } 4t^2 + t - 12 = 0,$$

$$\text{解得 } t_1 = \frac{-1 + \sqrt{193}}{8}, t_2 = \frac{-1 - \sqrt{193}}{8} (\text{舍去}).$$

$$\therefore OD = \frac{-1 + \sqrt{193}}{8}, DP = \frac{3}{2} OD = \frac{-3 + 3\sqrt{193}}{16},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } (\frac{-1 + \sqrt{193}}{8}, \frac{-3 + 3\sqrt{193}}{16}).$$

$$\text{当 } \triangle ODP \sim \triangle BOC \text{ 时}, \frac{OD}{BO} = \frac{DP}{OC},$$

$$\text{即 } \frac{t}{3} = \frac{-\frac{2}{3}t^2 + \frac{4}{3}t + 2}{2}, \text{整理得 } t^2 - t - 3 = 0,$$

$$\text{解得 } t_1 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}, t_2 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} (\text{舍去}).$$

$$\therefore OD = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}, DP = \frac{2}{3} OD = \frac{1 + \sqrt{13}}{3},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } (\frac{1 + \sqrt{13}}{2}, \frac{1 + \sqrt{13}}{3}).$$

$$\text{综上所述, 点 } P \text{ 的坐标为 } (\frac{-1 + \sqrt{193}}{8}, \frac{-3 + 3\sqrt{193}}{16})$$

$$\text{或 } (\frac{1 + \sqrt{13}}{2}, \frac{1 + \sqrt{13}}{3}).$$