

2021 年青海省西宁市城区中考数学试卷

一、选择题

1. A 2. C 3. B 4. D 5. D 6. A 7. C 8. B

二、填空题

9. 3 10. 6.57×10^8 11. 1 800 12. $2a^6$ 13. $\frac{2}{5}$ 14. $\frac{29}{4}$

15. $\frac{36}{5}$ 16. $(-2, 8)$ 或 $(-2, -10)$ 17. $3\sqrt{3}$

18. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore \angle A = \angle GDE = 90^\circ$, 又 \because 点 E 为 AD 的中点, $\angle AEF = \angle DEG$, \therefore 在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle DEG$ 中 $\begin{cases} \angle A = \angle GDE = 90^\circ, \\ AE = DE, \\ \angle AEF = \angle DEG, \end{cases} \therefore \triangle AEF \cong \triangle DEG (ASA), \therefore EF = EG$, 即点 E 为 FG 中点, 又 $\because CE \perp FG$, $\therefore \triangle FCG$ 为等腰三角形, $\therefore CG = CF = 5$, $\therefore DG = AF = \frac{1}{2}$, $\therefore CD = 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$, $\therefore BF = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4$, 在 $\text{Rt} \triangle BCF$ 中, $BC = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, $\therefore AE = \frac{3}{2}$, 在 $\text{Rt} \triangle AEF$ 中, $EF = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

三、解答题

19. 解: 原式 $= 4 + 2 - 3 = 3$.

20. 解: $x(x-2) - (x-2) = 0$,
 $(x-2)(x-1) = 0$,
 $x-2=0$ 或 $x-1=0$,
 解得 $x_1 = 2, x_2 = 1$.

21. 解: 原式 $= (5-9) - (3-2\sqrt{3}+1)$
 $= -8 + 2\sqrt{3}$.

22. 解: 方程两边同乘 $(x+1)(x-1)$, 得
 $(x+1)^2 - 4 = (x+1)(x-1)$,
 解得 $x = 1$,
 检验: 当 $x = 1$ 时, $(x+1)(x-1) = 0$, 因此 $x = 1$ 不是分式方程的解,
 \therefore 原分式方程无解.

23. (1) 证明: $\because \triangle BOC \cong \triangle CEB$,
 $\therefore OB = EC, OC = EB$,
 \therefore 四边形 $OBEC$ 是平行四边形,
 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore AC \perp BD$,
 $\therefore \angle BOC = 90^\circ$, \therefore 四边形 $OBEC$ 是矩形.
 (2) 解: \because 四边形 $ABCD$ 是菱形, $AB = 6, \angle ABC = 120^\circ$,
 $\therefore BC = AB = 6, \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BOC = 90^\circ, \therefore \angle OCB = 30^\circ$,

在 $\text{Rt} \triangle BOC$ 中, $OB = \frac{1}{2} BC = 3, OC = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$,

\therefore 矩形 $OBEC$ 的周长为 $(3\sqrt{3} + 3) \times 2 = 6\sqrt{3} + 6$.

24. 解: (1) $\because AB \perp x$ 轴于点 $B, \therefore \angle OBC = 90^\circ$.

在 $\text{Rt} \triangle OBC$ 中, $OC = 3, \cos \angle BOC = \frac{2}{3}$,

$\therefore \frac{OB}{OC} = \frac{2}{3}, \therefore OB = 2$,

\therefore 点 A 的横坐标为 2,

又 \because 点 A 在正比例函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象上,

$\therefore y = \frac{1}{2} \times 2 = 1, \therefore A(2, 1)$,

把 $A(2, 1)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $1 = \frac{k}{2}, \therefore k = 2$,

\therefore 反比例函数的解析式为 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$.

(2) 由题意得 $\triangle AOB$ 旋转后, 点 A 的对应点 A' 在第二或第四象限,

$\because A(2, 1), \therefore OB = 2, AB = 1$,

\therefore 点 A' 的坐标为 $(-1, 2)$ 或 $(1, -2)$.

25. 解: (1) 30 0.6

(2) 列表如下:

第一人 \ 第二人	A	B	C	D
A	—	BA	CA	DA
B	AB	—	CB	DB
C	AC	BC	—	DC
D	AD	BD	CD	—

由列表可知, 共有 12 种等可能的结果, 其中抽到的两位同学都在九年级的结果共有两种, 分别为 BA, AB,

$\therefore P(\text{两位同学都在九年级}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

26. (1) 证明: $\because AD$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ABD = 90^\circ$, 即 $\angle ABC + \angle CBD = 90^\circ$.

$\because AB = AC, \therefore \angle ABC = \angle C$.

$\because \widehat{AB} = \widehat{AB}, \therefore \angle ADB = \angle C$,

$\therefore \angle ABC = \angle ADB$.

$\because BC \parallel DF, \therefore \angle CBD = \angle FDB$,

$\therefore \angle ADB + \angle FDB = 90^\circ$, 即 $\angle ADF = 90^\circ, \therefore AD \perp DF$.

又 $\because AD$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: $\because AB = AC = 12, AF = 15, \therefore BF = AF - AB = 3$.

$\because \angle F = \angle F, \angle FBD = \angle FDA = 90^\circ$,

$\therefore \triangle FBD \sim \triangle FDA, \therefore \frac{FB}{DF} = \frac{DF}{FA}$,

$$\therefore DF^2 = FB \cdot FA = 3 \times 15 = 45,$$

$$\therefore DF = 3\sqrt{5}.$$

27. 解: (1) $y = 900x + 1200(10 - x) = -300x + 12000$.

(2) 根据题意得 $-300x + 12000 \leq 11800$,

$$\text{解得 } x \geq \frac{2}{3}.$$

$\because x$ 为正整数, $\therefore x \geq 1$,

$\therefore A$ 型客车至少需租 1 辆.

(3) 根据题意得 $16x + 22(10 - x) \geq 200$,

$$\text{解得 } x \leq \frac{10}{3}, \therefore \frac{2}{3} \leq x \leq \frac{10}{3},$$

$\therefore x$ 应为正整数, $\therefore x$ 取 1, 2, 3,

\therefore 租车方案有 3 种:

方案一: A 型客车租 1 辆, B 型客车租 9 辆;

方案二: A 型客车租 2 辆, B 型客车租 8 辆;

方案三: A 型客车租 3 辆, B 型客车租 7 辆.

$\because y = -300x + 12000, -300 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小, \therefore 当 $x = 3$ 时, 函数值 y 最小,

\therefore 最省钱的租车方案是 A 型客车租 3 辆, B 型客车租 7 辆.

28. 解: (1) 在一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 中,

令 $y = 0$, 则 $-\frac{1}{2}x + 3 = 0$, 解得 $x = 6$,

令 $x = 0$, 则 $y = 3$, $\therefore A(6, 0), B(0, 3)$.

设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$, 把 A, B, C 三点坐标代入解析式,

$$\begin{cases} 36a + 6b + c = 0, \\ c = 3, \\ 4a - 2b + c = 0, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a = -\frac{1}{4}, \\ b = 1, \\ c = 3, \end{cases}$$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$.

(2) 在 $\triangle BOA$ 和 $\triangle DOA$ 中, $\begin{cases} \angle BOA = \angle DOA, \\ OA = OA, \\ \angle BAO = \angle DAO, \end{cases}$

$\therefore \triangle BOA \cong \triangle DOA (ASA), \therefore OB = OD$.

(3) 存在.

如答图, 过点 E 作 $EM \perp y$ 轴于点 M .

$\because y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3 = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 4$, \therefore 抛物线的对称轴是直线 $x = 2$,

\therefore 点 E 的横坐标是 2, 即 $EM = 2$,

$\because B(0, 3), \therefore OB = OD = 3, \therefore BD = 6$,

$\because A(6, 0), \therefore OA = 6$,

$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 - \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 12$.

设点 P 的坐标为 $(t, -\frac{1}{4}t^2 + t + 3)$,

连接 PA, PB , 过点 P 作 $PN \perp x$ 轴于点 H_1 , 交直线 AB 于点 N , 过点 B 作 $BH_2 \perp PN$ 于点 H_2 ,

$\therefore N(t, -\frac{1}{2}t + 3)$,

$\therefore PN = (-\frac{1}{4}t^2 + t + 3) - (-\frac{1}{2}t + 3) = -\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t$,

$\therefore AH_1 + BH_2 = OA = 6$,

$\therefore S_{\triangle BPA} = S_{\triangle BPN} + S_{\triangle APN} = \frac{1}{2}PN \cdot BH_2 + \frac{1}{2}PN \cdot AH_1 =$

$\frac{1}{2}PN(BH_2 + AH_1) = \frac{1}{2}PN \cdot OA$,

$\therefore S_{\triangle BPA} = \frac{1}{2} \times 6 \left(-\frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{2}t \right) = -\frac{3}{4}(t-3)^2 + \frac{27}{4}$,

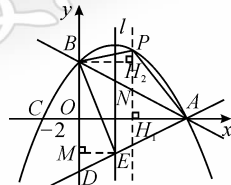
$\because -\frac{3}{4} < 0$, 抛物线开口向下, 函数有最大值,

\therefore 当 $t = 3$ 时, $\triangle BPA$ 面积的最大值是 $\frac{27}{4}$, 此时四边形 $BEAP$ 的面积最大,

$\therefore S_{\text{四边形}BEAP} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle ABP} = 12 + \frac{27}{4} = \frac{75}{4}$, 当 $t = 3$ 时, y

$= -\frac{1}{4}(3-2)^2 + 4 = \frac{15}{4}$,

$\therefore P(3, \frac{15}{4})$, 四边形 $BEAP$ 面积的最大值是 $\frac{75}{4}$.



第 28 题答图

2020 年青海省西宁市城区中考数学试卷

一、选择题

1. D 2. C 3. D 4. A 5. B 6. D

7. B 【解析】设 $CE = x$, 则 $C'E = x$. \because 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $\therefore CD = AB = 5, AD = BC = 6, AD \parallel BC$. \because 点 M, N 分别在 AD, BC 上, 且 $3AM = AD, BN = AM$, $\therefore DM = CN = 4$, \therefore 四边形 $CDMN$ 为平行四边形. $\because \angle NCD = 90^\circ$, \therefore 四边形 $MNCD$ 是矩形, $\therefore \angle DMN = \angle MNC = 90^\circ, MN = CD = 5$.

由折叠知, $C'D = CD = 5$, $\therefore MC' = \sqrt{C'D^2 - MD^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, $\therefore C'N = 5 - 3 = 2$, $\therefore EN = CN - CE = 4 - x$,

$C'E^2 - NE^2 = C'N^2$, $\therefore x^2 - (4 - x)^2 = 2^2$, 解得 $x = \frac{5}{2}$, 即

$CE = \frac{5}{2}$. 故选 B.

8. A 【解析】根据题意可知, 甲每分钟比乙快 $200 \div 10 = 20$ (米), 设乙的速度为 x 米/分, 则甲的速度为 $(x + 20)$

米/分,根据题意得 $2x + 2(x + 20) = 200$, 解得 $x = 40$, $40 + 20 = 60$ (米/分), 即甲的速度为 60 米/分, 乙的速度为 40 米/分. 故选 A.

二、填空题

9. 1 10. 9.91×10^{13} 11. $x \geq -\frac{1}{2}$ 12. 360° 13. -1

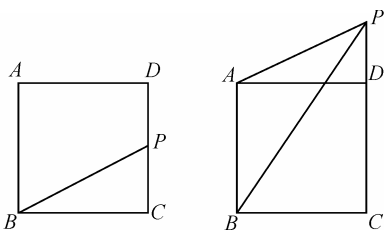
14. $\frac{1}{3}$ 15. 12π 16. 2.5

17. 2 或 $\frac{2}{3}$ 【解析】如答图①, 当点 P 在 CD 上时, $\because BC =$

$2, DP = 1, \angle C = 90^\circ, \therefore \tan \angle BPC = \frac{BC}{PC} = 2$; 如答图②,

当点 P 在射线 CD 上时, $\because DP = 1, DC = 2, \therefore PC = 3$, 又

$\because BC = 2, \angle C = 90^\circ, \therefore \tan \angle BPC = \frac{BC}{PC} = \frac{2}{3}$.

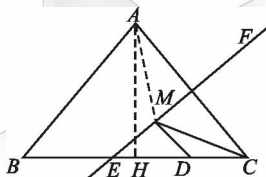


图①

图②

第 17 题答图

18. 18 【解析】如答图, 作 $AH \perp BC$ 于 H , 连接 AM . $\because EF$ 垂直平分线段 $AC, \therefore MA = MC, \therefore DM + MC = AM + MD, \therefore$ 当 A, D, M 共线时, $DM + MC$ 的值最小. \because 等腰三角形 ABC 的底边 $BC = 20$, 面积为 120, $AH \perp BC, \therefore BH = CH = 10$, $AH = \frac{120 \times 2}{20} = 12, \therefore DH = CH - CD = 5, \therefore AD = \sqrt{AH^2 + HD^2} = \sqrt{144 + 25} = 13, \therefore DM + MC$ 的最小值为 13, $\therefore \triangle CDM$ 周长的最小值为 $13 + 5 = 18$.



第 18 题答图

三、解答题

19. 解: 原式 $= \frac{1}{9} \times 9 + 1$
 $= 2$.

20. 解: 原式 $= 3x^2 + 6 - (x^2 - 2x + 1)$
 $= 3x^2 + 6 - x^2 + 2x - 1$
 $= 2x^2 + 2x + 5$.

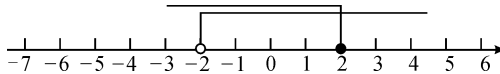
21. 解: $\begin{cases} 2x - 2 \leq x \text{ ①,} \\ x + 2 > -\frac{1}{2}x - 1 \text{ ②,} \end{cases}$

解不等式①, 得 $x \leq 2$,

解不等式②, 得 $x > -2$,

\therefore 不等式组的解集是 $-2 < x \leq 2$.

把不等式组的解集在数轴上表示出来如答图.



第 21 题答图

22. 解: 原式 $= \left(\frac{a^2 + a}{a^2 + a} - \frac{a}{a^2 + a} \right) \div \frac{(a+1)(a-1)}{(a+1)^2}$
 $= \frac{a^2 + a - a}{a(a+1)} \cdot \frac{(a+1)^2}{(a+1)(a-1)}$
 $= \frac{a^2}{a(a+1)} \cdot \frac{(a+1)^2}{(a+1)(a-1)}$
 $= \frac{a}{a-1}$,

当 $a = \sqrt{2} + 1$ 时, 原式 $= \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1 - 1} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$.

23. (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB = CB, \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ, \angle ABE = \angle CBE = \angle ADB = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CBE$ 中, $\begin{cases} AB = CB, \\ \angle ABE = \angle CBE, \\ BE = BE, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBE$ (SAS).

(2) 解: $\because \triangle ABE \cong \triangle CBE, \therefore \angle AEB = \angle CEB$.

又 $\because \angle AEC = 140^\circ, \therefore \angle CEB = 70^\circ$.

$\because \angle DEC + \angle CEB = 180^\circ,$

$\therefore \angle DEC = 180^\circ - \angle CEB = 110^\circ$.

$\because \angle DFE + \angle ADB = \angle DEC,$

$\therefore \angle DFE = \angle DEC - \angle ADB = 110^\circ - 45^\circ = 65^\circ$.

24. 解: (1) \because 点 $C(-2, m)$ 在一次函数 $y = -x + 1$ 的图象上,

把 C 点坐标代入 $y = -x + 1$, 得 $m = -(-2) + 1 = 3$,

\therefore 点 C 的坐标是 $(-2, 3)$,

设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$,

把点 C 的坐标 $(-2, 3)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $3 = \frac{k}{-2}$,

解得 $k = -6$,

\therefore 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{6}{x}$.

(2) 在直线 $y = -x + 1$ 中,

令 $x = 0$, 则 $y = 1, \therefore B(0, 1)$,

由(1)知, $C(-2, 3)$,

$\therefore BC = \sqrt{(3-1)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}$,

当 $BC = BP$ 时, $BP = 2\sqrt{2}$,

$\therefore OP = 2\sqrt{2} + 1, \therefore P(0, 2\sqrt{2} + 1)$,

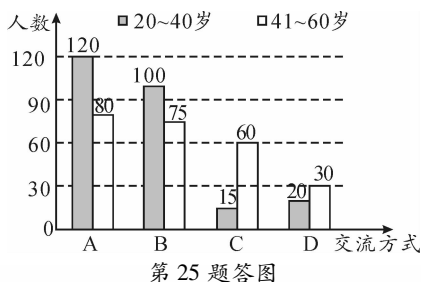
当 $BC = PC$ 时, 点 C 在 BP 的垂直平分线, $\therefore P(0, 5)$.

综上所述, 满足条件的点 P 的坐标为 $(0, 5)$ 或 $(0, 2\sqrt{2} + 1)$.

25. 解: (1) 500 人

(2) $500 \times 15\% - 15 = 60$ (人),

补全条形统计图如答图所示.



(3) 根据题意, 列表如下:

小强 \ 爸爸	A	B	C
A	AA	AB	AC
B	BA	BB	BC
C	CA	CB	CC

共有 9 个等可能的结果, 其中小强和他爸爸选择同一种 App 的情况有 3 种, 分别为 AA, BB, CC,

\therefore 小强和他爸爸选择同一种 App 的概率为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

26. (1) 证明: $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle AEB = 90^\circ, \therefore AF \perp BC$.

\therefore 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, \therefore CE = BE$.

$\because AE = EF, \therefore$ 四边形 $ABFC$ 是平行四边形.

又 $\because AF \perp BC, \therefore \square ABFC$ 是菱形.

(2) 解: \because 圆内接四边形 $ABED$,

$\therefore \angle ADE + \angle ABC = 180^\circ$.

$\therefore \angle ADE + \angle CDE = 180^\circ, \therefore \angle ABC = \angle CDE$.

$\therefore \angle ACB = \angle ECD$,

$\therefore \triangle ECD \sim \triangle ACB, \therefore \frac{EC}{AC} = \frac{CD}{BC}$.

\because 四边形 $ABFC$ 是菱形, $\therefore BE = CE = \frac{1}{2}BC = 2$,

$\therefore BC = 2BE = 4, \therefore \frac{2}{AC} = \frac{1}{4}$,

$\therefore AC = 8, \therefore AB = AC = 8$,

$\therefore \odot O$ 的半径为 4.

27. 解: (1) $\because CD \perp AB$ 于点 $D, \therefore \angle ADC = \angle BDC = 90^\circ$,

设 $CD = x$, 在 $\text{Rt} \triangle ADC$ 中, $\angle ADC = 90^\circ, \angle A = 30^\circ$,

$\therefore \tan 30^\circ = \frac{CD}{AD}$, 即 $\frac{x}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore AD = \sqrt{3}x$,

在 $\text{Rt} \triangle BDC$ 中, $\angle B = 45^\circ, \therefore CD = BD = x$,

$\therefore AB = AD + BD, \therefore \sqrt{3}x + x = 260$,

$\therefore x = \frac{260}{\sqrt{3} + 1}, \therefore x = 130(\sqrt{3} - 1) = 130 \times 0.7 = 91$,

$\therefore CD = 91$ 米.

(2) 在 $\text{Rt} \triangle ADC$ 中 $\angle ADC = 90^\circ, \angle A = 30^\circ$,

$\therefore AC = 2CD = 182$,

\therefore LED 节能灯带每米造价为 800 元,

$\therefore 800 \times 182 = 145\,600$ (元).

答: 斜拉链条 AC 上灯带的总造价是 145 600 元.

28. 解: (1) \because 抛物线解析式为 $y = -(x+2)^2$,

\therefore 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$,

设一次函数解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

把 $A(-2, 0), B(0, 4)$ 代入 $y = kx + b$,

得 $\begin{cases} -2k + b = 0, \\ b = 4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 2, \\ b = 4, \end{cases}$

\therefore 一次函数的解析式为 $y = 2x + 4$.

(2) \because 点 C 在直线 $y = 2x + 4$ 上, 且点 C 的横坐标为 -1 ,

$\therefore y = 2 \times (-1) + 4 = 2, \therefore$ 点 C 坐标为 $(-1, 2)$,

设平移后的抛物线解析式为 $y = a(x-h)^2 + k (a \neq 0)$,

$\therefore a = -1$, 顶点坐标为 $C(-1, 2)$,

\therefore 抛物线的解析式是 $y = -(x+1)^2 + 2$,

\therefore 抛物线与 y 轴的交点为 D, \therefore 令 $x = 0$, 得 $y = 1$,

\therefore 点 D 坐标为 $(0, 1)$.

(3) 存在.

a. 如答图, 过点 D 作 $P_1D \parallel OA$ 交 AB 于点 P_1 ,

$\therefore \triangle BDP_1 \sim \triangle BOA$,

$\therefore P_1$ 点的纵坐标为 1, 代入一次函数 $y = 2x + 4$, 解得 $x = -\frac{3}{2}$,

$\therefore P_1$ 的坐标为 $(-\frac{3}{2}, 1)$;

b. 如答图, 过点 D 作 $P_2D \perp AB$ 于点 P_2 ,

$\therefore \angle BP_2D = \angle AOB = 90^\circ$,

又 $\because \angle DBP_2 = \angle ABO$,

$\therefore \triangle BP_2D \sim \triangle BOA, \therefore \frac{OB}{P_2B} = \frac{AB}{BD}$.

\because 直线 $y = 2x + 4$ 与 x 轴的交点 $A(-2, 0), B(0, 4)$,

又 $\because D(0, 1), \therefore OA = 2, OB = 4, BD = 3$,

$\therefore AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}, \therefore \frac{4}{P_2B} = \frac{2\sqrt{5}}{3}, \therefore P_2B = \frac{6\sqrt{5}}{5}$,

过 P_2 作 $P_2M \perp y$ 轴于点 M , 设 $P_2(a, 2a + 4)$,

则 $P_2M = |a| = -a, BM = 4 - (2a + 4) = -2a$,

在 $\text{Rt} \triangle BP_2M$ 中 $P_2M^2 + BM^2 = P_2B^2$,

解得 $x = -1$,

经检验, $x = -1$ 是分式方程的解.

23. (1) 证明: $\because \triangle AEC \cong \triangle BFD$,

$$\therefore AE = BF, \angle EAB = \angle FBC,$$

$$\because AB = BC, \therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF (SAS),$$

$$\therefore BE = CF.$$

(2) 解: $\because \triangle ABE \cong \triangle BCF, \therefore BE = CF$,

$$\because \triangle AEC \cong \triangle BFD, \therefore AC = BD, \angle ACE = \angle D,$$

$$\because AB = BC, \therefore AB = BC = CD,$$

$$\because \angle A = \angle D, \therefore \angle A = \angle ACE = \angle DBF = \angle D,$$

$$\therefore AE = CE, BF = DF, \therefore BE \perp AD, CF \perp AD,$$

$$\therefore BE \parallel CF, \therefore \text{四边形 } BCFE \text{ 是矩形}.$$

24. 解: (1) 当 $y = 3$ 时, $3 = \frac{6}{x}$, 解得 $x = 2$,

\therefore 点 A 的坐标为 $(2, 3)$.

(2) 作 $BF \perp x$ 轴于点 F, 如答图.

$$\because AE \parallel BF, \therefore \frac{PA}{PB} = \frac{AE}{BF} = 3,$$

$$\therefore BF = 1.$$

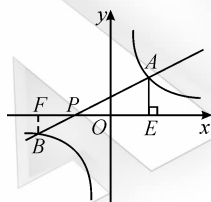
当 $y = -1$ 时, $-1 = \frac{6}{x}$, 解得 $x = -6$,

$\therefore B(-6, -1)$,

把 A $(2, 3)$, B $(-6, -1)$ 代入 $y = kx + b$ 得

$$\begin{cases} 2k + b = 3, \\ -6k + b = -1, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = \frac{1}{2}, \\ b = 2, \end{cases}$$

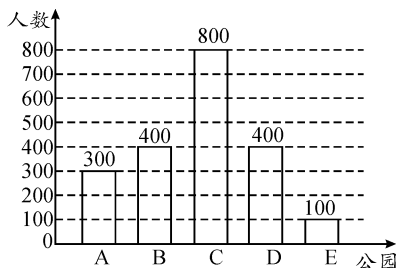
\therefore 一次函数的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 2$.



第 24 题答图

25. 解: (1) ③

(2) 去体育公园的人数是 $800 \div 40\% - 300 - 800 - 400 - 100 = 400$ (人), 补充完整的条形统计图如答图①.

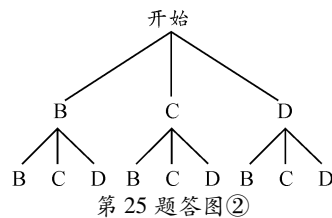


第 25 题答图①

(3) 根据题意得 $35\,000 \times \frac{400}{800 \div 40\%} = 7\,000$ (人).

答: 估计全市初中学生最喜欢去体育公园的学生人数是 7 000 人.

(4) 根据题意画树状图如答图②.



第 25 题答图②

由树状图知, 共有 9 种等可能的结果, 分别为 BB, BC, BD, CB, CC, CD, DB, DC, DD, 其中甲、乙两名学生选择同一个公园的有 3 种,

\therefore 甲、乙两名学生选择同一个公园的概率是 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

26. (1) 证明: $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, AB 过弦 CE 的中点 F ,

$$\therefore AB \perp CE, \therefore \angle BGF + \angle B = 90^\circ.$$

$$\because PD$$
 为 $\odot O$ 的切线, $\therefore \angle PDG + \angle ODB = 90^\circ.$

$$\because OB = OD, \therefore \angle ODB = \angle B, \therefore \angle BGF = \angle PDG.$$

$$\because \angle PGD = \angle BGF, \therefore \angle PDG = \angle PGD,$$

$$\therefore PD = PG.$$

(2) 解: 连接 DE , 如答图, 由 (1) 得 $PD = PG = 6$.

$$\because CD$$
 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore CD = 2OC = 8, \angle DEC = 90^\circ,$

$$\therefore DE \perp CP.$$

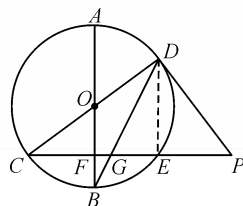
$$\because PD$$
 为 $\odot O$ 的切线, $\therefore PD \perp CD,$

$$\therefore PC = \sqrt{CD^2 + PD^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10.$$

$$\therefore S_{\triangle CDP} = \frac{1}{2} PC \cdot DE = \frac{1}{2} CD \cdot PD,$$

$$\therefore DE = \frac{CD \cdot PD}{PC} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{24}{5},$$

$$\therefore CE = \sqrt{CD^2 - DE^2} = \sqrt{8^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{32}{5}.$$



第 26 题答图

27. 解: (1) 设购买电子白板的单价为 x 万元, 平板电脑的单价是 y 万元,

$$\text{由题意得 } \begin{cases} 2x + 6y = 9, \\ 3x + 4y = 11, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = 3, \\ y = 0.5. \end{cases}$$

答: 电子白板的单价是 3 万元, 平板电脑的单价是 0.5 万元.

(2) 由题意可得,

$$\text{方案一: } W = [3a + 0.5(100 - a)] \times 0.9 = 2.25a + 45,$$

方案二: $W = 3a + 0.5(100 - a - a) = 2a + 50$.

当 $2.25a + 45 < 2a + 50$ 时, 得 $a < 20$,

即当 $6 \leq a < 20$ 时, 选择方案一;

当 $2.25a + 45 = 2a + 50$ 时, 得 $a = 20$,

即当 $a = 20$ 时, 方案一和方案二花费一样多;

当 $2.25a + 45 > 2a + 50$, 得 $a > 20$,

即当 $20 < x \leq 24$ 时, 选择方案二.

答: 方案一: W 关于 a 的函数关系式是 $W = 2.25a + 45$,

方案二: W 关于 a 的函数关系式是 $W = 2a + 50$, 当 $6 \leq a < 20$ 时, 方案一更省钱, 当 $a = 20$ 时, 两种方案花费一样, 当 $20 < x \leq 24$ 时, 方案二更省钱.

28. 解: (1) $y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$, 令 $x = 0$, 则 $y = 2\sqrt{3}$, 令 $y = 0$, 则 $x = 2$,

故点 A, B 的坐标分别为 $(2, 0), (0, 2\sqrt{3})$,

\therefore 抛物线的顶点为点 $A(2, 0)$,

\therefore 设抛物线的表达式为 $y = a(x - 2)^2$,

将点 B 的坐标代入上式得 $2\sqrt{3} = a(0 - 2)^2$, 解得 $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

故抛物线的表达式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}(x - 2)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - 2\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$.

$2\sqrt{3}$.

(2) \because 点 $A(2, 0)$, 则 $OA = 2$,

$\therefore \triangle AOP$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times OA \times y_P = \frac{1}{2} \times 2 \times y_P = 3\sqrt{3}$,

解得 $y_P = 3\sqrt{3}$,

则 $y_P = 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}(x - 2)^2$, 解得 $x = 2 \pm \sqrt{6}$,

故点 P 的坐标为 $(2 + \sqrt{6}, 3\sqrt{3})$ 或 $(2 - \sqrt{6}, 3\sqrt{3})$.

(3) 存在.

由题意得 t 秒时, 点 M, N 的坐标分别为 $(t, 0), (0, \sqrt{3}t)$,

当 $y = \sqrt{3}t$ 时, $y = \sqrt{3}t = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$, 解得 $x = 2 - t$, 故点 $E(2 - t, \sqrt{3}t)$,

而点 $N(0, \sqrt{3}t)$, 故 $NE = 2 - t$,

当四边形 $AMNE$ 是菱形时, $NE = MN$,

即 $t^2 + (\sqrt{3}t)^2 = (2 - t)^2$,

解得 $t_1 = \frac{2}{3}, t_2 = -2$ (舍去),

故 $t = \frac{2}{3}$.

2018 年青海省西宁市城区中考数学试卷

一、选择题

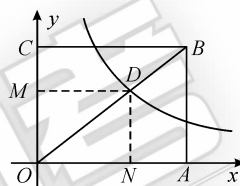
1. A 2. D 3. D 4. A 5. C 6. C 7. B 8. B 9. C
10. A

二、填空题

11. -3 12. 2.6×10^7 13. -23 14. $\frac{2}{5}$ 15. $10\sqrt{2}\pi$

16. $4\sqrt{3}$ 17. 932 18. $\sqrt{2}$ 19. $\frac{5}{2}$ 或 $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

20. 12 【解析】如答图, 过点 D 分别作 $DN \perp x$ 轴于点 N , $DM \perp y$ 轴于点 M , $\therefore DN \parallel BA, MD \parallel BC$. $\therefore 2OD = 3DB$, $\therefore OD:DB = 3:2$, $\therefore \frac{DN}{AB} = \frac{OD}{OB} = \frac{DM}{BC} = \frac{3}{5}$, $\therefore DN = \frac{3}{5}AB$, $DM = \frac{3}{5}AO$. \therefore 矩形 $OABC$ 的面积为 $\frac{100}{3}$, 即 $OA \cdot AB = \frac{100}{3}$, $\therefore DN \cdot DM = \frac{3}{5}AB \cdot \frac{3}{5}AO = \frac{9}{25}AB \cdot AO = \frac{9}{25} \times \frac{100}{3} = 12$. \therefore 点 D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, $\therefore k = DN \cdot DM = 12$.



第 20 题答图

三、解答题

21. 解: 原式 $= -1 - \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}$
 $= 1 - 2\sqrt{3}$.

22. 解: (1) \because 关于 x 的方程 $x^2 + 8x + 12 - a = 0$ 有两个不相等的实数根,

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 1 \times (12 - a) > 0$,
即 $64 - 48 + 4a > 0$, $\therefore a > -4$.

(2) $\because a > -4$, \therefore 满足条件的 a 的最小整数是 -3,

\therefore 方程 $x^2 + 8x + 12 + 3 = 0$, 即 $x^2 + 8x + 15 = 0$,
解得 $x_1 = -3, x_2 = -5$.

23. 证明: (1) 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中, $\begin{cases} AE = DF, \\ \angle A = \angle D, \\ AB = DC, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (SAS), $\therefore \angle ABE = \angle DCF$,

$\therefore \angle ABE + \angle EBC = \angle DCF + \angle FCB = 180^\circ$,

$\therefore \angle EBC = \angle FCB$,

$\therefore BE \parallel CF$.

(2) 由 (1) 知, $\triangle ABE \cong \triangle DCF, BE \parallel CF$,

$\therefore BE = CF$,

\therefore 四边形 $BFCE$ 是平行四边形.

$\because BD$ 平分 $\angle EBF$, $\therefore \angle EBC = \angle FBC$.

$\therefore \angle EBC = \angle BCF$, $\therefore \angle FBC = \angle FCB$,

$\therefore BF = FC$,

\therefore 四边形 $BFCE$ 是菱形.

24. 解: (1) \because 一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 7$ 的图象与反比例函数

$$y = \frac{k}{x}$$

的图象交于 A, B 两点, 且 $A(m, 6)$,

将点 A 代入一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 7$, 解得 $m = 2$,

$$\therefore A(2, 6),$$

$$\therefore k = 2 \times 6 = 12,$$

\therefore 反比例函数的解析式为 $y = \frac{12}{x}$.

(2) \because 点 $B(12, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{12}{x}$ 的图象上,

$$\therefore B(12, 1).$$

如答图, 设一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 7$ 与 y 轴交于点 D ,

$$\therefore D(0, 7).$$

\because 直线 AB 与 x 轴交于点 C , $\therefore C(14, 0)$,

$$\therefore S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2}OC \cdot OD = 49.$$

设点 P 坐标为 $(x, 0)$ ($0 < x < 14$), 则 $OP = x$, 连接 AO ,

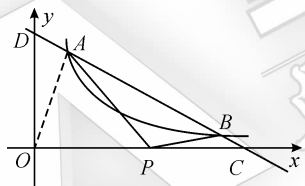
$$\therefore S_{\triangle PAB} = S_{\triangle OCD} - S_{\triangle OAD} - S_{\triangle PAO} - S_{\triangle PBC},$$

$$\text{即 } S_{\triangle PAB} = 49 - \frac{1}{2} \times 7 \times 2 - \frac{1}{2}x \times 6 - \frac{1}{2} \times (14 - x) \times 1$$

$$= 42 - 3x - 7 + \frac{1}{2}x = -\frac{5}{2}x + 35.$$

当 $S_{\triangle PAB} = 10$ 时, 解得 $x = 10$,

\therefore 点 P 的坐标为 $(10, 0)$.

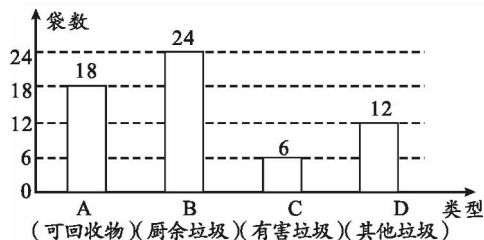


第 24 题答图

25. 解: (1) 60

有害垃圾袋数为 $60 - 18 - 24 - 12 = 6$.

补全条形统计图如答图①.

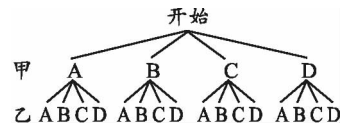


第 25 题答图①

$$(2) 1\,000 \times \frac{24}{60} = 400 (\text{袋}).$$

答: 估计其中厨余垃圾约有 400 袋.

(3) 画树状图如答图②.



第 25 题答图②

由树状图可知, 共有 16 种等可能的结果, 即 $AA, AB, AC, AD, BA, BB, BC, BD, CA, CB, CC, CD, DA, DB, DC, DD$, 其中至少有一袋是有害垃圾的有 7 种,

$$\therefore P(\text{至少有一袋是有害垃圾}) = \frac{7}{16}.$$

26. (1) 证明: $\because OM$ 是 $\odot O$ 的半径, $OM \perp AB$,

$$\therefore \widehat{AM} = \widehat{MB},$$

$$\therefore \angle MAE = \angle ACM, \angle MAE + \angle AME = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AMD + \angle AME = 90^\circ, \text{即 } \angle DMO = 90^\circ,$$

$\because OM$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore MD$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: $\because \angle AMF = \angle CMA, \angle MAF = \angle MCA$,

$$\therefore \triangle AMF \sim \triangle CMA,$$

$$\therefore \frac{AM}{CM} = \frac{MF}{MA},$$

$$\therefore AM = 3, MF = 2,$$

$$\therefore MC^2 = \frac{AM^2}{MF} = \frac{9}{2}.$$

27. 解: (1) 设 y 与 x 之间的函数解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 将点 $(350, 45), (320, 48)$ 分别代入, 得

$$\begin{cases} 350k + b = 45, \\ 320k + b = 48, \end{cases} \text{解得 } \begin{cases} k = -\frac{1}{10}, \\ b = 80, \end{cases}$$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数解析式为 $y = -\frac{1}{10}x + 80$.

$$(2) \text{由题意得 } W = xy = x \left(-\frac{1}{10}x + 80 \right) = -\frac{1}{10}x^2 + 80x =$$

$$-\frac{1}{10}(x - 400)^2 + 16\,000,$$

$$\because -\frac{1}{10} < 0, \text{抛物线对称轴为直线 } x = 400,$$

\therefore 当 $x = 400$ 时, W 取得最大值, 此时 $W_{\text{最大}} = 16\,000$.

答: 当 x 为 400 时, 该酒店一天的总收入 W 最大, 最大收入是 16 000.

$$(3) \text{设该酒店客房有 } m \text{ 间, 则 } \frac{15\,000}{m} = 1.5 \times \frac{8\,000}{m - 10}, \text{解}$$

得 $m = 50$,

经检验, $m = 50$ 是分式方程的解, 且符合实际意义.

答: 该酒店客房有 50 间.

28. 解: (1) \because 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A, B 两

点, 与 y 轴交于点 C , 直线 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 与 x 轴交于点 B ,

与 y 轴交于点 D ,

$\therefore B(4,0), D(0,-2)$.

\because 点 D 与点 C 关于 x 轴对称, $\therefore C(0,2)$,

将 $B(4,0), C(0,2)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 中,

$$\text{得} \begin{cases} -\frac{1}{2} \times 4^2 + 4b + c = 0, \\ c = 2, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} b = \frac{3}{2}, \\ c = 2, \end{cases}$$

\therefore 抛物线的函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$.

(2) 如答图①, 设点 P 坐标为 $(m, 0)$, 要使四边形 $CDNM$ 是平行四边形, 则 $CD \parallel NM, CD = NM = 4$.

$$\because PN = 2 - \frac{m}{2}, PM = -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2,$$

$$\therefore MN = PN + PM = 2 - \frac{m}{2} - \frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2 = 4.$$

$$\therefore -\frac{1}{2}m^2 + m = 0, \text{解得 } m_1 = 2, m_2 = 0 (\text{舍去}),$$

\therefore 要使四边形 $CDNM$ 是平行四边形, 点 P 的坐标为 $(2, 0)$.

(3) 如答图①, a. 当 $Q_1M \perp MN$ 时,

\because 抛物线对称轴为直线 $x = \frac{3}{2}$, 点 P 坐标为 $(2, 0)$, 点

M 在抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$ 上,

$$\therefore \text{点 } M \text{ 纵坐标为 } y = -\frac{1}{2} \times 2^2 + \frac{3}{2} \times 2 + 2 = 3.$$

$$\therefore Q_1\left(\frac{3}{2}, 3\right);$$

b. 当 $NQ_2 \perp MN$ 时, 点 N 在直线 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 上,

$$\therefore \text{点 } N \text{ 纵坐标为 } y = \frac{1}{2} \times 2 - 2 = -1, \therefore Q_2\left(\frac{3}{2}, -1\right);$$

c. 如答图②, 当 $NQ_3 \perp MQ_3$ 时, $\because MN = 4$,

设点 Q_3 坐标为 $\left(\frac{3}{2}, n\right)$, 且点 N 坐标为 $(2, -1)$, 点 M 的坐标为 $(2, 3)$,

$$\therefore Q_3N^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (n+1)^2 = n^2 + 2n + \frac{5}{4},$$

$$Q_3M^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (3-n)^2 = n^2 - 6n + \frac{37}{4},$$

由勾股定理得 $Q_3N^2 + Q_3M^2 = MN^2$,

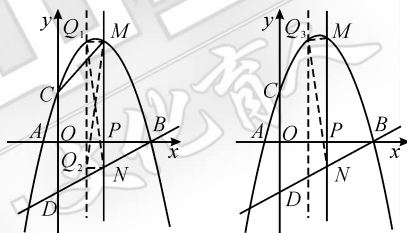
$$\text{即 } n^2 + 2n + \frac{5}{4} + n^2 - 6n + \frac{37}{4} = 16,$$

$$\text{解得 } n_1 = \frac{2 + \sqrt{15}}{2}, n_2 = \frac{2 - \sqrt{15}}{2}.$$

$$\therefore Q_3 \text{ 的坐标为 } \left(\frac{3}{2}, \frac{2 + \sqrt{15}}{2}\right) \text{ 或 } \left(\frac{3}{2}, \frac{2 - \sqrt{15}}{2}\right).$$

综上所述, 满足条件的 Q 点的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ 或

$$\left(\frac{3}{2}, -1\right) \text{ 或 } \left(\frac{3}{2}, \frac{2 + \sqrt{15}}{2}\right) \text{ 或 } \left(\frac{3}{2}, \frac{2 - \sqrt{15}}{2}\right).$$



第 28 题答图