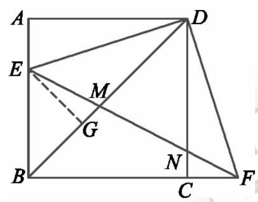
2021 年新疆初中学业水平考试
数学试卷

1. C　2. B　3. C　4. A　5. C　6. B　7. A　8. D　9. D

10. 7.959×10^5　11. $x>2$　12. 360　13. $>$　14. 80

15. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　【解析】如答图，过点 E 作 $EG\perp BD$ 于点 G. 设 $AE=2x$，则 $DN=5x$. 由旋转的性质得 $CF=AE=2x$，$\angle DCF=\angle A=90°$. ∵四边形 $ABCD$ 是正方形，∴$\angle DCB=90°$，$\angle ABC=90°$，$\angle ABD=45°$，∴$\angle DCB+\angle DCF=180°$，$\angle DCB=\angle ABC$，∴点 B，C，F 三点共线. ∵$\angle DCB=\angle ABC$，$\angle NFC=\angle EFB$，∴$\triangle FNC\backsim\triangle FEB$，∴$\frac{NC}{EB}=\frac{CF}{BF}$，∴$\frac{1-5x}{1-2x}=\frac{2x}{1+2x}$，解得 $x_1=-1$（舍去），$x_2=\frac{1}{6}$，∴$AE=2\times\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$，∴$ED=\sqrt{AE^2+AD^2}=\frac{\sqrt{10}}{3}$，$EB=AB-AE=\frac{2}{3}$. 在 Rt$\triangle EBG$ 中，$EG=BE\cdot\sin45°=\frac{\sqrt{2}}{3}$，∴$\sin\angle EDM=\frac{EG}{ED}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.



第 15 题答图

16. 解：原式 $=1+3-3-1$

$=0$.

17. 解：原式 $=\left[\frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)^2}+\frac{x}{x+2}\right]\cdot\frac{1}{x-1}$

$=\left(\frac{x-2}{x+2}+\frac{x}{x+2}\right)\cdot\frac{1}{x-1}$

$=\frac{x-2+x}{x+2}\cdot\frac{1}{x-1}$

$=\frac{2(x-1)}{x+2}\cdot\frac{1}{x-1}$

$=\frac{2}{x+2}$，

当 $x=3$ 时，原式 $=\frac{2}{3+2}=\frac{2}{5}$.

18. 证明：(1)∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AB=CD$，$\angle ABC=\angle DCB=90°$，$AD=BC$，$AD\parallel BC$，

∴$\angle ABE=\angle DCF=90°$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中，$\begin{cases}AB=DC,\\ \angle ABE=\angle DCF,\\ BE=CF,\end{cases}$

∴$\triangle ABE\cong\triangle DCF$(SAS).

(2)∵$BE=CF$，

∴$BE+EC=CF+EC$，∴$BC=EF=AD$.

又∵$AD\parallel BC$，∴四边形 $AEFD$ 是平行四边形.

19. 解：(1)50

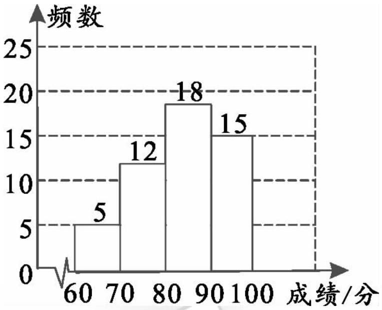
(2)D 组学生有 $50-5-12-18=15$(人).

补全频数分布直方图如答图所示.

(3)C

(4)$2\,000\times\frac{15}{50}=600$(人).

答：估算全校成绩达到优秀的有 600 人.



第 19 题答图

20. 解：在 Rt$\triangle BCD$ 中，$BC=DC\cdot\tan30°=15\times\frac{\sqrt{3}}{3}\approx8.65$，

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$AC=DC\cdot\tan37°\approx15\times0.75=11.25$，

∴$AB=AC-BC=11.25-8.65=2.6$(m).

答：广告牌 AB 的高度约 2.6 m.

21. 解：(1)将 $A(2,3)$ 代入 $y=\frac{k_2}{x}$ 得 $3=\frac{k_2}{2}$，解得 $k_2=6$，

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{6}{x}$.

把 $B(a,-1)$ 代入 $y=\frac{6}{x}$ 得 $-1=\frac{6}{a}$，解得 $a=-6$，

∴点 B 的坐标为 $(-6,-1)$.

把 $A(2,3)$，$B(-6,-1)$ 分别代入 $y=k_1x+b$，得

$\begin{cases}3=2k_1+b,\\ -1=-6k_1+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=\frac{1}{2},\\ b=2,\end{cases}$

∴一次函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+2$.

(2)把 $x=-2$ 代入 $y=\frac{1}{2}x+2$ 得 $y=(-2)\times\frac{1}{2}+2=1$，∴点 $P(-2,1)$ 在一次函数 $y=k_1x+b$ 的图象上.

(3)不等式 $k_1x+b\geqslant\frac{k_2}{x}$ 的解集为 $x\geqslant2$ 或 $-6\leqslant x<0$.

22. (1)证明：如答图，连接 OD.

∵CD 平分 $\angle ACE$，∴$\angle OCD=\angle DCE$.

∵$OC=OD$，

∴$\angle OCD=\angle ODC$，∴$\angle DCE=\angle ODC$，∴$OD\parallel BC$.

∵$DE\perp BC$，

∴$DE\perp OD$，∴DE 是 $\odot O$ 的切线.

(2)证明：如答图，连接 AB.

∵AC 是 $\odot O$ 的直径，

∴$\angle ABC=90°$，即 $\angle ABD+\angle DBC=90°$.

∵$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AD}$，∴$\angle ABD=\angle ACD$.

∵$\angle ACD=\angle ODC$，

∴$\angle ABD=\angle ODC$，∴$\angle ODC+\angle DBC=90°$.
∵$\angle ODC+\angle CDE=90°$，
∴$\angle CDE=\angle DBC$，即$\angle CDE=\angle DBE$.

(3)**解**：在 Rt△CDE 中，$DE=6$，$\tan\angle CDE=\frac{2}{3}$，

∴$\frac{CE}{6}=\frac{2}{3}$，∴$CE=4$，

由(2)知$\angle CDE=\angle DBE$，

在 Rt△BDE 中，$DE=6$，$\tan\angle DBE=\frac{2}{3}$，

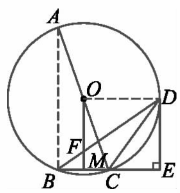
∴$\frac{6}{BE}=\frac{2}{3}$，∴$BE=9$，∴$BC=BE-CE=5$.

∵M 为 BC 的中点，

∴$OM\perp BC$，$BM=\frac{1}{2}BC=\frac{5}{2}$.

在 Rt△BFM 中，$BM=\frac{5}{2}$，$\tan\angle DBE=\frac{2}{3}$，

∴$\frac{FM}{\frac{5}{2}}=\frac{2}{3}$，∴$FM=\frac{5}{3}$，∴$BF=\sqrt{BM^2+FM^2}=\frac{5\sqrt{13}}{6}$.


第 22 题答图

23. **解**：(1)由题意得抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{-2a}{2a}=1$.

(2)抛物线沿 y 轴向下平移 $3|a|$ 个单位，可得 $y=ax^2-2ax+3-3|a|$.

∵抛物线的顶点落在 x 轴上，

∴$\Delta=(2a)^2-4a(3-3|a|)=0$，解得 $a_1=\frac{3}{4}$，$a_2=-\frac{3}{2}$.

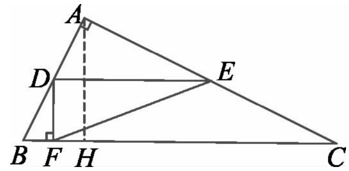
(3)当 $x=a$ 时，$y_1=a^3-2a^2+3$，

当 $x=2$ 时，$y_2=3$，若 $y_1>y_2$，则 $a^3-2a^2+3>3$，解得 $a>2$.

2020 年新疆初中学业水平考试
数学试卷

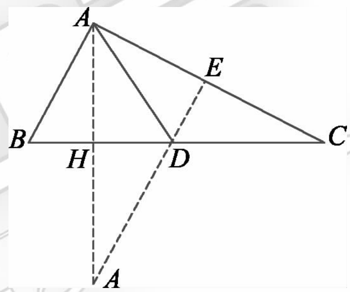
1. A **2.** C **3.** B **4.** B **5.** D **6.** A **7.** C **8.** D

9. A 【解析】如答图，过点 A 作 $AH\perp BC$ 于点 H. ∵D 是 AB 的中点，∴$AD=BD$. ∵$DE/\!/BC$，∴$AE=CE$，∴$DE=\frac{1}{2}BC$. ∵$DF\perp BC$，∴$DF/\!/AH$，$DF\perp DE$，∴$BF=HF$，∴$DF=\frac{1}{2}AH$. ∵△DEF 的面积为 1，∴$\frac{1}{2}DE\cdot DF=1$，∴$DE\cdot DF=2$，∴$BC\cdot AH=2DE\cdot 2DF=4\times 2=8$，∴$AB\cdot AC=8$. ∵$AB=CE$，∴$AB=AE=CE=\frac{1}{2}AC$，∴$AB\cdot 2AB=8$，解得 $AB=2$，∴$AC=4$，∴$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=2\sqrt{5}$. 故选 A.


第 9 题答图

10. 70 **11.** $a(m+n)(m-n)$ **12.** 0.9 **13.** 3 **14.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$

15. 6 【解析】如图所示，作点 A 关于 BC 的对称点 A'，连接 AA，$A'D$，过点 D 作 $DE\perp AC$ 于点 E. 在△ABC 中，$\angle BAC=90°$，$\angle B=60°$，$AB=2$，∴$BH=1$，$AH=\sqrt{3}$，$AA'=2\sqrt{3}$，$\angle C=30°$，∴在 Rt△CDE 中，$DE=\frac{1}{2}CD$，即 $2DE=CD$. ∵A 与 A' 关于 BC 对称，∴$AD=A'D$，∴$AD+DE=A'D+DE$，∴当 A'，D，E 在同一直线上时，$AD+DE$ 的最小值等于 $A'E$ 的长，此时，在 Rt△$AA'E$ 中，$A'E=\sin 60°\times AA'=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{3}=3$，∴$AD+DE$ 的最小值为 3，∴$2AD+CD$ 的最小值为 6.


第 15 题答图

16. **解**：原式$=1+\sqrt{2}+1-2$
$=\sqrt{2}$.

17. **解**：原式$=x^2-4x+4-4x^2+4x+4x^2-1$
$=x^2+3$.

当 $x=-\sqrt{2}$ 时，原式$=(-\sqrt{2})^2+3=5$.

18. **证明**：(1)∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
∴$AD=CB$，$AD/\!/CB$，
∴$\angle DAE=\angle BCF$.
∵$DE/\!/BF$，
∴$\angle DEF=\angle BFE$，
∴$\angle AED=\angle CFB$.

在△ADE 和△CBF 中，$\begin{cases}\angle DAE=\angle BCF,\\ \angle AED=\angle CFB,\\ AD=CB,\end{cases}$

∴△$ADE\cong$△CBF(AAS)，
∴$AE=FC$.

(2)由(1)知△$ADE\cong$△CBF，
则 $DE=BF$，
又∵$DE/\!/BF$，
∴四边形 $EBFD$ 是平行四边形，
∵$BE=DE$，
∴四边形 $EBFD$ 为菱形.

19. 解:(1)5%

(2)所抽取学生测试成绩的平均分为

$\frac{90\times50\%+78\times25\%+66\times20\%+42\times5\%}{1}=79.8$(分).

(3)由题意知,被抽取的学生总人数为 $2\div5\%=40$(人),

$40\times50\%=20$(人),

$20\div10\%=200$(人).

答:该校九年级学生中优秀等级的人数约 200 人.

20. 解:由题意得$\angle DBC=58^\circ$,$\angle DAC=22^\circ$,$AB=30$.

∵在 Rt$\triangle BDC$ 中,$\tan\angle DBC=\frac{CD}{BC}$,

∴$1.60=\frac{CD}{BC}$,∴$BC=\frac{CD}{1.60}$.

∵在 Rt$\triangle ACD$ 中,

$\tan\angle DAC=\frac{CD}{AC}$,

∴$0.40=\frac{CD}{AC}$,∴$AC=\frac{CD}{0.40}$,

∴$AB=AC-BC=\frac{CD}{0.40}-\frac{CD}{1.60}=30$,

∴$CD=16$(米).

答:建筑物 CD 的高度为 16 米.

21. 解:(1)设 A 款保温杯的单价是 a 元,则 B 款保温杯的单价是$(a+10)$元,

由题意得$\frac{480}{a+10}=\frac{360}{a}$,

解得 $a=30$,

经检验,$a=30$ 是原分式方程的解,

则 $a+10=40$.

答:A,B 两款保温杯的销售单价分别是 30 元、40 元.

(2)设购买 A 款保温杯 x 个,销售利润为 w 元,则购买 B 款保温杯$(120-x)$个,

$w=(30-20)x+[40\times(1-10\%)-20](120-x)$

$\quad=-6x+1\,920$,

∵A 款保温杯的数量不少于 B 款保温杯数量的两倍,

∴$x\geqslant2(120-x)$,

解得 $x\geqslant80$,

∴当 $x=80$ 时,w 取得最大值,此时 $w=1\,440$,$120-x=40$.

答:当购买 A 款保温杯 80 个,B 款保温杯 40 个时,能使这批保温杯的销售利润最大,最大利润是 1 440 元.

22. (1)**证明**:如答图,连接 OP.

∵P 是$\overset{\frown}{BC}$的中点,

∴$\overset{\frown}{PC}=\overset{\frown}{PB}$,∴$\angle PAD=\angle PAB$,

∵$OA=OP$,

∴$\angle APO=\angle PAO$,∴$\angle DAP=\angle APO$,∴$AD/\!/OP$,

∵$PD\perp AD$,

∴$PD\perp OP$,∴DP 是$\odot O$ 的切线.

(2)**解**:如答图,连接 BC 交 OP 于点 E.

∵AB 为$\odot O$ 的直径,

∴$\angle ACB=90^\circ$.

∵P 是$\overset{\frown}{BC}$的中点,

∴$OP\perp BC$,$CE=BE$.

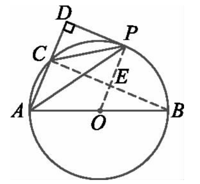
∵$PD\perp AD$,$PD\perp OP$,

∴四边形 $CDPE$ 是矩形,

∴$CD=PE$,$PD=CE$.

∵$\angle APC=\angle B$,

∴$\sin\angle APC=\sin\angle ABC=\frac{AC}{AB}=\frac{5}{13}$,



第 22 题答图

∵$AC=5$,

∴$AB=13$,∴$BC=12$,

∴$PD=CE=BE=6$,

∵$OE=\frac{1}{2}AC=\frac{5}{2}$,$OP=\frac{13}{2}$,

∴$CD=PE=\frac{13}{2}-\frac{5}{2}=4$,∴$AD=9$,

∴$AP=\sqrt{AD^2+PD^2}=\sqrt{9^2+6^2}=3\sqrt{13}$.

23. 解:(1)∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点是 $A(1,3)$,

∴抛物线的解析式为 $y=a(x-1)^2+3$,

∵OA 绕点 O 顺时针旋转 90°后得到 OB,

∴$B(3,-1)$,

将 $B(3,-1)$代入 $y=a(x-1)^2+3$ 可得 $a=-1$,

∴抛物线的解析式为 $y=-(x-1)^2+3=-x^2+2x+2$.

(2)①根据题意画出图形如答图①.

∵$B(3,-1)$,

∴直线 OB 的解析式为 $y=-\frac{1}{3}x$,

∵$A(1,3)$,

∴$C\left(1,-\frac{1}{3}\right)$,

∵$P(1,m)$,$AP=PA'$,

∴$A'(1,2m-3)$,

由题意得$-\frac{1}{3}<2m-3<3$,

∴$\frac{4}{3}<m<3$.

②a. 当点 P 在 x 轴上方时,连接 OA',$A'B$.

如答图①,∵$A(1,3)$,$B(-3,1)$,$O(0,0)$,

∴直线 OA 的解析式为 $y=3x$,直线 AB 的解析式为 $y=-2x+5$.

∵$P(1,m)$,

∴$M\left(\frac{m}{3},m\right)$,$N\left(\frac{5-m}{2},m\right)$,

∴$MN=\frac{5-m}{2}-\frac{m}{3}=\frac{15-5m}{6}$,

∵$S_{\triangle A'MN}=\frac{5}{6}S_{\triangle OA'B}$,$A'(1,2m-3)$,

∴$\frac{1}{2}\cdot(m-2m+3)\cdot\frac{15-5m}{6}=\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}\times\left(\left|2m-3+\frac{1}{3}\right|\right)\times3$,

整理得 $m^2-12m+17=0$,

解得 $m_1=6+\sqrt{19}$(舍去),$m_2=6-\sqrt{19}$;

b. 当点 P 在 x 轴下方时,连接 OA',$A'B$,如答图②. ∵$O(0,0)$,$B(3,-1)$,∴直线 OB 的解析式为 $y=-\frac{1}{3}x$.

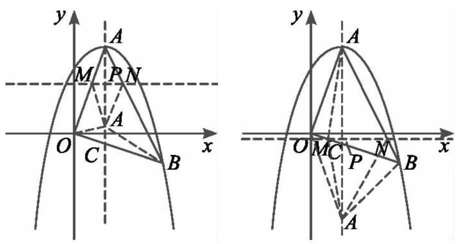
$\because P(1,m),M(-3m,m),N(\frac{5-m}{2},m)$.

同理可得$\frac{1}{2}\cdot(m-2m+3)\cdot\left(\frac{5-m}{2}+3m\right)=\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}\times\left[-\frac{1}{3}-(2m-3)\right]\times 3$,

整理得 $3m^2-12m-1=0$,

解得 $m_3=\frac{6-\sqrt{39}}{3}$,$m_4=\frac{6+\sqrt{39}}{3}$(舍去).

综上所述,满足条件的 m 的值为 $6-\sqrt{19}$ 或$\frac{6-\sqrt{39}}{3}$.

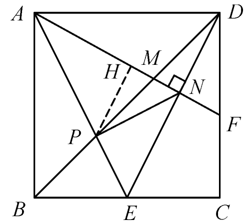


第 23 题答图

2019 年新疆初中学业水平考试
数学试卷

1. A **2.** D **3.** C **4.** B **5.** B **6.** D **7.** A **8.** C

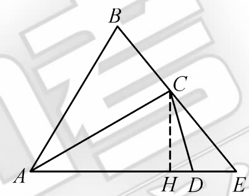
9. A 【解析】$\because$正方形 $ABCD$ 的边长为 2,点 E 是 BC 的中点,$\therefore AB=BC=CD=AD=2$,$\angle ABC=\angle C=\angle ADF=90°$,$CE=BE=1$. $\because AF\perp DE$,$\therefore\angle DAF+\angle ADN=\angle ADN+\angle CDE=90°$,$\therefore\angle DAN=\angle EDC$. 在$\triangle ADF$和$\triangle DCE$ 中,$\begin{cases}\angle ADF=\angle C,\\ AD=CD,\\ \angle DAF=\angle CDE,\end{cases}$ $\therefore\triangle ADF\cong\triangle DCE$ (ASA),$\therefore DF=CE=1$. $\because AB\parallel DF$,$\therefore\triangle ABM\backsim\triangle FDM$,$\therefore\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle FDM}}=\left(\frac{AB}{DF}\right)^2=4$,$\therefore S_{\triangle ABM}=4S_{\triangle FDM}$,$\therefore$①正确;由勾股定理得 $AF=DE=AE=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$. $\because\frac{1}{2}\times AD\times DF=\frac{1}{2}\times AF\times DN$,$\therefore DN=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,$\therefore EN=\frac{3\sqrt{5}}{5}$,$AN=\sqrt{AD^2-DN^2}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$,$\therefore\tan\angle EAF=\frac{EN}{AN}=\frac{3}{4}$,$\therefore$③正确;如答图,作 $PH\perp AN$ 于点 H. $\because BE\parallel AD$,$\therefore\frac{PA}{PE}=\frac{AD}{BE}=2$,$\therefore PA=\frac{2\sqrt{5}}{3}$. $\because PH\parallel EN$,$\therefore\frac{AH}{AN}=\frac{PA}{AE}=\frac{2}{3}$,$\therefore AH=\frac{2}{3}\times\frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{8\sqrt{5}}{15}$,$HN=\frac{4\sqrt{5}}{15}$,$\therefore PN=\sqrt{PH^2+NH^2}=\frac{2\sqrt{65}}{15}$,$\therefore$②正确;$\because PN\neq DN$,$\therefore\angle DPN\neq\angle PDE$,$\therefore\triangle PMN$ 与$\triangle DPE$ 不相似,$\therefore$④错误. 故选 A.



第 9 题答图

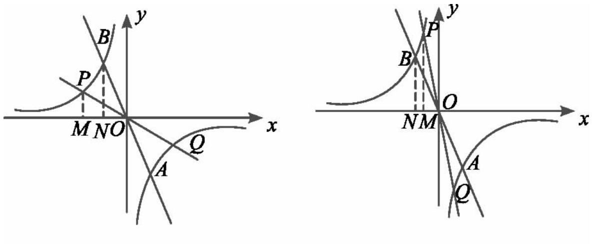
10. 5.26×10^5 **11.** 540 **12.** $a+b$ **13.** $\frac{1}{6}$

14. $2\sqrt{3}-2$ 【解析】由旋转的性质可知,$\angle CAD=30°=\angle CAB$,$AC=AD=4$,$\therefore\angle BCA=\angle ACD=\angle ADC=75°$,$\therefore\angle ECD=180°-2\times75°=30°$,$\therefore\angle E=75°-30°=45°$. 如答图,过点 C 作 $CH\perp AE$ 于 H 点,在 Rt$\triangle ACH$ 中,$CH=\frac{1}{2}AC=2$,$AH=2\sqrt{3}$,$\therefore HD=AD-AH=4-2\sqrt{3}$. 在 Rt$\triangle CHE$ 中,$\because\angle E=45°$,$\therefore EH=CH=2$,$\therefore DE=EH-HD=2-(4-2\sqrt{3})=2\sqrt{3}-2$.



第 14 题答图

15. $(-4,2)$或$(-1,8)$ 【解析】$\because$点 A 在正比例函数 $y=-2x$ 上,把 $y=-4$ 代入正比例函数 $y=-2x$,解得 $x=2$,$\therefore$点 $A(2,-4)$. $\because$点 A 与 B 关于原点对称,$\therefore B(-2,4)$,把点 $A(2,-4)$代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$,得 $k=-8$,$\therefore$反比例函数为 $y=-\frac{8}{x}$. $\because$反比例函数图象是关于原点 O 对称的中心对称图形,$\therefore OP=OQ$,$OA=OB$,$\therefore$四边形 $AQBP$ 是平行四边形. $\because OP=OQ$,$OA=OB$,$\therefore S_{\triangle POA}=S_{\triangle QOA}$,$S_{\triangle POB}=S_{\triangle QOB}$,$S_{\triangle POB}=S_{\triangle POA}$,$S_{\triangle AOQ}=S_{\triangle BOQ}$,$\therefore S_{\triangle POA}=S_{\triangle QOA}=S_{\triangle QOB}=S_{\triangle POB}=\frac{1}{4}S_{\square AQBP}$,$\therefore S_{\triangle POB}=S_{\square AQBP}\times\frac{1}{4}=6$. 设点 $P(m,-\frac{8}{m}(m<0$ 且 $m\neq-2)$,过点 P,B 分别做 x 轴的垂线,垂足为 M,N. $\because$点 P,B 在双曲线上,$\therefore S_{\triangle POM}=S_{\triangle BON}=4$. 若 $m<-2$,如答图①,$\because S_{\triangle BON}+S_{梯形PMNB}=S_{\triangle POB}+S_{\triangle POM}$,$\therefore S_{梯形PMNB}=S_{\triangle POB}=6$,$\therefore\frac{1}{2}\left(4-\frac{8}{m}\right)\cdot(-2-m)=6$,解得 $m_1=-4$,$m_2=1$(舍去),$\therefore P(-4,2)$. 若$-2<m<0$,如答图②,$\because S_{\triangle POM}+S_{梯形BNMP}=S_{\triangle BOP}+S_{\triangle BON}$,$\therefore S_{梯形BNMP}=S_{\triangle POB}=6$,$\therefore\frac{1}{2}\left(4-\frac{8}{m}\right)\cdot(m+2)=6$,解得 $m_1=-1$,$m_2=4$(舍去),$\therefore P(-1,8)$. 综上所述,点 P 的坐标为$(-4,2)$或 $P(-1,8)$.



第 15 题答图

16. 解：原式$=4-3+1+3$

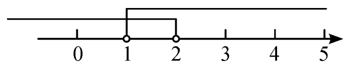
$=5$.

17. 解：解不等式①得 $x<2$，

解不等式②得 $x>1$，

∴不等式组的解集为 $1<x<2$，

将解集在数轴上表示如答图.



第 17 题答图

18. 解：(1)①5　3　②65　70

(2)$200\times\frac{13}{20}=130$(人).

答：估计该校九年级学生每天参加体育锻炼的时间达到平均水平及以上的学生人数为 130 人.

19. 证明：(1)∵$CF\parallel BD$，

∴$\angle ODE=\angle FCE$，

∵E 是 CD 中点，

∴$CE=DE$.

在$\triangle ODE$ 和$\triangle FCE$ 中，$\begin{cases}\angle ODE=\angle FCE,\\ DE=CE,\\ \angle DEO=\angle CEF,\end{cases}$

∴$\triangle ODE\cong\triangle FCE$(ASA).

(2)∵$\triangle ODE\cong\triangle FCE$，

∴$OD=FC$.

∵$CF\parallel BD$，

∴四边形 $OCFD$ 是平行四边形.

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AC\perp BD$，

∴$\angle COD=90°$，

∴四边形 $OCFD$ 是矩形.

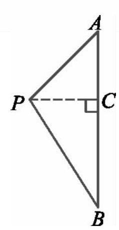
20. 解：(1)作 $PC\perp AB$ 于点 C，如答图，

则$\angle PCA=\angle PCB=90°$，

由题意得 $PA=80$，$\angle APC=45°$，

∴$\triangle APC$ 是等腰直角三角形，

∴$AC=PC=\frac{\sqrt{2}}{2}PA=40\sqrt{2}$.



第 20 题答图

答：海轮从 A 处到 B 处的途中与灯塔 P 之间的最短距离为 $40\sqrt{2}$ 海里.

(2)海轮以每小时 30 海里的速度从 A 处到 B 处，海轮不能在 5 小时内到达 B 处. 理由如下：

由题意得$\angle BPC=90°-30°=60°$.

∵$\angle PCB=90°$，$\angle B=30°$，

∴$BC=\sqrt{3}PC=40\sqrt{6}$，

∴$AB=AC+BC=40\sqrt{2}+40\sqrt{6}$，

∴海轮以每小时 30 海里的速度从 A 处到 B 处所用的时间为$\frac{40\sqrt{2}+40\sqrt{6}}{30}=\frac{4\sqrt{2}+4\sqrt{6}}{3}\approx\frac{4\times1.41+4\times2.45}{3}\approx$ 5.15(小时)$>$5 小时，

∴海轮以每小时 30 海里的速度从 A 处到 B 处，海轮不能在 5 小时内到达 B 处.

21. 解：(1)16

(2)降价后销售的苹果千克数是$(760-640)\div(16-4)=10$，

设降价后销售金额 y(元)与销售量 x(千克)之间的函数解析式是 $y=kx+b$，该函数图象过点(40,640)，(50,760)，

$\begin{cases}40k+b=640,\\ 50k+b=760,\end{cases}$得$\begin{cases}k=12,\\ b=160,\end{cases}$

即降价后销售金额 y(元)与销售量 x(千克)之间的函数解析式是 $y=12x+160(40<x\leqslant50)$.

(3)$760-8\times50=360$(元).

答：该水果店这次销售苹果盈利了 360 元.

22. (1)**证明**：连接 OC，如答图.

∵CD 与⊙O 相切于点 C，

∴$OC\perp CD$.

∵$OB=OC$，

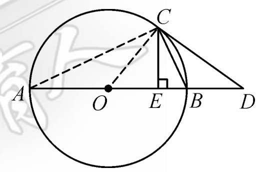
∴$\angle OBC=\angle OCB$.

∵$CE\perp AB$，

∴$\angle OBC+\angle BCE=90°$.

∵$\angle OCB+\angle BCD=\angle OCD=90°$，

∴$\angle BCE=\angle BCD$.



第 22 题答图

(2)**解**：连接 AC，如答图.

∵AB 是⊙O 的直径，∴$\angle ACB=90°$，

∴$\angle OCB+\angle ACO=90°$.

∵$\angle BCD+\angle OCB=90°$，∴$\angle BCD=\angle ACO$.

∵$OA=OC$，∴$\angle ACO=\angle CAO$，

∴$\angle BCD=\angle DAC$.

∵$\angle CDB=\angle ADC$，

∴$\triangle CBD\backsim\triangle ACD$，∴$\frac{AC}{BC}=\frac{AD}{CD}=\frac{CD}{BD}$.

∵$CE=2BE$，

∴在 Rt$\triangle BCE$ 中，$\tan\angle ABC=\frac{CE}{BE}=2$，

∴在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\tan\angle ABC=\frac{AC}{BC}=2$，

∴$2=\frac{10}{CD}$，∴$CD=5$.

设⊙O 的半径为 r，

∴$BD=AD-2r=10-2r$.

∵$\frac{AD}{CD}=\frac{CD}{BD}$，

∴$BD=\frac{CD^2}{AD}$，即 $10-2r=\frac{25}{10}$，

解得 $r=\frac{15}{4}$，∴⊙O 的半径为$\frac{15}{4}$.

23. 解：(1)由 $A(-1,0)$，$B(4,0)$可设抛物线的解析式为 $y=a(x+1)(x-4)=a(x^2-3x-4)$，

将 $C(0,4)$代入，得 $-4a=4$，解得 $a=-1$，

∴抛物线的解析式为 $y=-x^2+3x+4$，顶点 D 的坐标为$\left(\frac{3}{2},\frac{25}{4}\right)$.

(2)抛物线向下平移$\frac{15}{4}$个单位长度，再向左平移 $h(h>0)$个单位长度，得到新抛物线的顶点 $D'\left(\frac{3}{2}-h,\frac{5}{2}\right)$，

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+m$，将 $A(-1,0)$，$C(0,4)$代入解析式，解得 $k=4$，$m=4$，

直线 AC 的解析式为 $y=4x+4$.

将点 D'坐标代入直线 AC 的解析式得$\frac{5}{2}=4\left(\frac{3}{2}-h\right)+4$，

解得 $h=\frac{15}{8}$，

故 $0<h<\frac{15}{8}$.

(3)过点 P 作 y 轴的平行线分别交抛物线和 x 轴于点 Q，H.

∵$OB=OC=4$，∴$\angle PBA=\angle OCB=45^\circ=\angle QPC$.

由点 B，C 坐标可得直线 BC 的解析式为 $y=-x+4$.

∵$A(-1,0)$，$B(4,0)$，$C(0,4)$，∴$AB=5$，$BC=4\sqrt{2}$，$AC=\sqrt{17}$，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times5\times4=10$.

设 $Q(m,-m^2+3m+4)$，$P(m,-m+4)$，

$CP=\sqrt{2}m$，$PQ=-m^2+3m+4+m-4=-m^2+4m$，

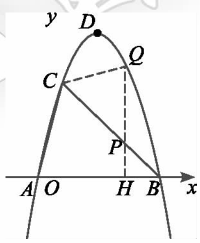
由题意得$\angle BAC>45^\circ$，$\angle ACB>45^\circ$，∴点 P 与点 B 是对应点. ①当$\triangle CPQ\backsim\triangle CBA$ 时，

$\frac{PC}{BC}=\frac{PQ}{AB}$，即$\frac{\sqrt{2}m}{4\sqrt{2}}=\frac{-m^2+4m}{5}$，

解得 $m_1=\frac{11}{4}$，$m_2=0$(舍去)，

∴$PQ=\frac{55}{16}$，

∴$S_{\triangle PQC}=\frac{1}{2}\times\frac{55}{16}\times\frac{11}{4}=\frac{605}{128}$；



第 23 题答图

②当$\triangle CPQ\backsim\triangle ABC$ 时，

$\frac{PC}{AB}=\frac{PQ}{BC}$，即$\frac{\sqrt{2}m}{5}=\frac{-m^2+4m}{4\sqrt{2}}$，

解得 $m_3=\frac{12}{5}$，$m_4=0$(舍去)，

∴$PQ=\frac{96}{25}$，

∴$S_{\triangle PQC}=\frac{1}{2}\times\frac{96}{25}\times\frac{12}{5}=\frac{576}{125}$.

综上所述，$\triangle PQC$ 的面积为$\frac{605}{128}$或$\frac{576}{125}$.